# Zum Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen in mehrstufigen Unternehmen bei gegebenen Kapazitäten

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

eines Doktors der Wirtschaftswissenschaften

(doctor rerum oeconomicarum)

der Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät

der Universität des Saarlandes

von

Diplom-Kaufmann

WOLFGANG SCHNEIDERHAN

Saarbrücken 1971

# Zum Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen in mehrstufigen Unternehmen bei gegebenen Kapazitäten

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

eines Doktors der Wirtschaftswissenschaften

(doctor rerum oeconomicarum)

der Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät

der Universität des Saarlandes

von

Diplom-Kaufmann

WOLFGANG SCHNEIDERHAN

Saarbrücken 1971

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

| | |
|---|---|
| Tag der Disputation | 8. Dezember 1971 |
| Dekan | Prof. Dr. Rudolf Richter |
| Erstberichterstatter | Prof. Dr. Wolfgang Kilger |
| Zweitberichterstatter | Prof. Dr. Herbert Hax |

INHALTSVERZEICHNIS


| | Seite |
|---|---|
| 1 Grundlagen und Probleme der Produktionsplanung in mehrstufigen Unternehmen | 1 |
| 11 Zum Begriff der Produktionsplanung | 1 |
| 12 Zum Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen bei gegebenen Kapazitäten | 2 |
| 13 Zum Problem der optimalen Seriengröße | 7 |
| 14 Zur Typisierung von Produktionsprozessen | 10 |
| 15 Zum Begriff und Inhalt der relevanten Kosten | 14 |
| 16 Aufgabenstellung | 18 |
| 2 Darstellung und Kritik mehrperiodiger Simultanmodelle der Produktionsplanung | 19 |
| 21 Das Modell von DINKELBACH | 19 |
| 211 Darstellung | 19 |
| 212 Kritik | 30 |
| 2121 Kritik an den Annahmen | 30 |
| 2122 Kritik an der Modellformulierung | 35 |
| 22 Das Modell von ADAM | 40 |
| 221 Darstellung | 40 |
| 222 Kritik | 49 |
| 2221 Kritik an den Annahmen | 49 |
| 2222 Kritik an der Modellformulierung | 50 |
| 23 Das Modell von HAEHLING v. LANZENAUER | 53 |
| 24 Modellvergleich | 54 |

3 Entwicklung von Modellen zur optimalen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen in mehrstufigen Unternehmen 62

31 Mehrstufige Veredelungsfertigung 62

311 Ökonomisch-geschlossene Veredelungsfertigung 62

3111 Modellbeschreibung 62
3112 Formulierung des Planungsansatzes 65

312 Technologisch-geschlossene Veredelungsfertigung 81

3121 Modellbeschreibung 81
3122 Formulierung des Planungsansatzes 82

313 Offene Veredelungsfertigung 85

3131 Modellbeschreibung 85
3132 Formulierung des Planungsansatzes 86

32 Fertigung mehrteiliger Endprodukte aus Einzelteilen 89

321 Modellbeschreibung 89

322 Formulierung des Planungsansatzes 91

323 Erweiterung durch die Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen 101

33 Fertigung mehrteiliger Endprodukte aus Einzelteilen und Zwischenprodukten (Baugruppen) 105

331 Modellbeschreibung 105

332 Formulierung des Planungsansatzes 111

333 Erweiterung durch die Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen und Zwischenprodukten (Baugruppen) 125

4 Schlußbemerkungen 127

Einige häufig benutzte Kurzzeichen 130

Abkürzungsverzeichnis 131

Literaturverzeichnis 132

# 1 GRUNDLAGEN UND PROBLEME DER PRODUKTIONSPLANUNG IN MEHRSTUFIGEN UNTERNEHMEN

## 11 Zum Begriff der Produktionsplanung

Die Produktionsplanung hat folgende Fragen zu beantworten[1]:

| | | | |
|---|---|---|---|
| (1) | Was und Wieviel | soll produziert werden? | (→ Produktart, → Produktionsmenge) |
| (2) | Wo(mit) | soll produziert werden? | (→ Maschine) |
| (3) | Wann | soll produziert werden? | (→ Produktionsbeginn) |
| (4) | Wer | soll produzieren? | (→ Arbeitskraft) |

Im Hinblick auf die Problematik der Arbeit ist es zweckmäßig, die Produktionsplanung in einperiodige und mehrperiodige Produktionsplanung zu trennen.[2]

Der Mangel der einperiodigen Produktionsplanung liegt darin, daß sie lediglich die Fragen (1),(2) und (4) beantworten kann[3], ohne zu garantieren, daß der Zeitpunkt des Absatzes eines Produktes hinter seinem Fertigstellungszeitpunkt liegt.

Erst die mehrperiodige Produktionsplanung ermöglicht simultan die Lösung des zeitlichen Produktionsablaufes und die Abstimmung der Fertigstellungs- und Absatzzeitpunkte.[4]

---

1) MELLEROWICZ [44], S. 297.
KÄFER [34], S. 9.

2) D.ADAM unterscheidet hier "statische" und "dynamische" Produktionsplanung. ADAM [2], S. 22.
D.ADAM stützt sich bei seiner Terminologie auf E.SCHNEIDER [71], S. 264.

3) ADAM [2], S. 23.

4) ADAM [2], S. 24
Zur zeitlichen Ablaufplanung vgl. ELLINGER [18]; GUTENBERG [23], S. 197ff.

Die Produktionsplanung soll so erfolgen, daß der Gewinn des Planungszeitraums unter Berücksichtigung bestimmter betrieblicher und außerbetrieblicher Gegebenheiten maximiert wird.[1)]

## 12 Zum Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen bei gegebenen Kapazitäten

Die zeitliche Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen ist notwendig in Betrieben mit standardisierten Erzeugnissen, deren Absatzmengen saisonalen Schwankungen unterliegen[2)]. Diese sind kurzwellige, periodisch wiederkehrende Nachfrageschwankungen, deren Verlauf einen bestimmten Rhythmus hat und sich deshalb mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit voraussagen läßt.[3)]

Das Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen stellt sich außerdem bei der Serienproduktion. Auf das hierbei zu lösende Seriengrößen- und Seriensequenzproblem soll im folgenden Abschnitt näher eingegangen werden.

Bei der kurzfristigen Planung werden Kapazitäten als gegeben angenommen.[4)]

Die größte Bedeutung bei der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen kommt hier der V o r r a t s p r o d u k t i o n zu.[5)] Sie soll daher im Mittelpunkt der weiteren Untersuchungen stehen.

---

1) Zur betriebswirtschaftlichen Diskussion der unternehmerischen Zielsetzungen vgl. u.a. ENGELS [20], S. 45 ff.; FERNER [21], S. 19 ff.; GÜMBEL [22]; GUTENBERG [23], S. 452 ff.;GUTENBERG [24], S. 11; HEINEN [32]; KRELLE [38], S. 80 ff; WÖHE [77],S. 185 ff.

2) HAX, K. [31], S. 36 f.

3) REICHMANN [65], S. 14; SCHULZ [72], S. 1ff.
Zur Bestimmung saisonaler Schwankungen siehe ALLEN [4], S. 152 ff.

4) Vgl. hierzu KILGER [37], S. 688 ff.

Die Vorratsproduktion bewegt sich zwischen den beiden Extremformen der kurzfristigen Anpassung Synchronisation von Produktions- und Absatzmengen und Emanzipation der Produktions- von den Absatzmengen.

Bei der S y n c h r o n i s a t i o n [1] haben die Produktionsmengen - mit einem kleinen zeitlichen Vorlauf - dieselben saisonalen Schwankungen wie die Absatzmengen. Der Vorteil dieser Anpassungsform liegt darin, daß keine Lagerbestände auftreten. Der Nachteil ist jedoch darin zu sehen, daß Betriebsmittelkapazitäten zur Realisierung der maximalen Produktionsgeschwindigkeit zur Verfügung stehen müssen und daß die starken Beschäftigungsschwankungen Anpassungskosten[2] der personellen Kapazitäten verursachen.

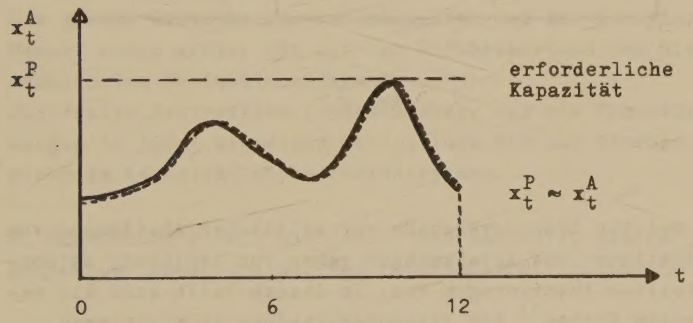



Abb. 1

Bei der E m a n z i p a t i o n [3] werden die Bedarfsmengen des Planungszeitraums so auf die Teilperioden ver-

---

5) von Seite 2.
Weitere Möglichkeiten der Anpassung an einen im Zeitablauf schwankenden Nachfrageverlauf in den einzelnen betrieblichen Teilbereichen zeigt T. REICHMANN auf. REICHMANN [65], S. 35 ff. und die dort angegebene Literatur.

1) BRUNNER [10], S. 37 ff.; SCHWARZ [73], S. 50.

2) Die Anpassungskosten der personellen Kapazitäten werden in der Literatur vielfach als Produktionsänderungskosten bezeichnet.

3) BRUNNER [10], S. 16 ff.

teilt, daß die einzelnen Fertigungsstellen annähernd konstant beschäftigt sind. Der Vorteil dieser Anpassungsform liegt darin, daß niedrige Kapazitäten genügen, die geringe Fixkosten und keine Produktionsänderungskosten verursachen. Der Nachteil liegt in der Bereitstellung hoher Lagerkapazitäten für Bestände an Halb- und Fertigerzeugnissen.

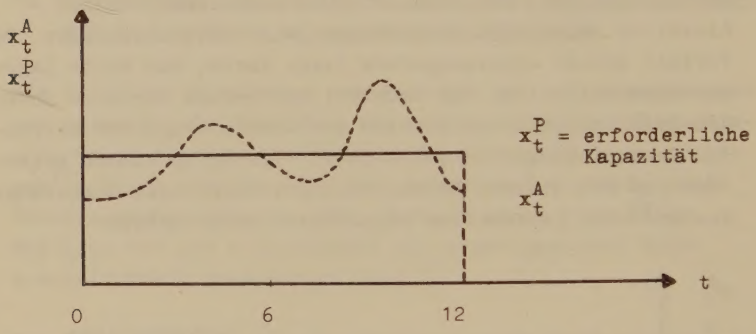



Abb.2

Die meisten Lösungsversuche zur zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen gehen von gegebenen saisonverteilten Absatzmengen aus. In diesem Falle sind die relevanten Kosten[1] des Planungszeitraums zu minimieren.
Als relevante Kosten sind anzusehen:

Lagerhaltungs- und Zinskosten

Anpassungskosten der personellen Kapazitäten

Kosten kapazitätserhöhender Anpassungsprozesse[2].

Unter der Annahme, daß die Nachfrage befriedigt werden muß, fallen keine Fehlmengenkosten an.

---

1) Unter relevanten Kosten sind die Kosten zu verstehen, die zu den Entscheidungsparametern in funktionaler Beziehung stehen. KILGER [37], S. 161.

2) In der Regel fallen hierunter Mehrarbeitskosten und Kosten der Überbeanspruchung bei intensitätsmäßiger Anpassung.

Die ältesten Lösungsversuche zur zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen sind **marginalanalytische Modelle**, die einen kontinuierlichen Verlauf der Produktions- und Absatzmengen annehmen.

Hervorzuheben ist das Modell von E. SCHNEIDER[1]:
Die zu minimierende Zielfunktion hat drei Komponenten
- Zinskosten des Anfangsbestandes[2]
- Produktionskosten[3]
- Kosten des durchschnittlichen Lagerbestandes (bewertet zu durchschnittlichen Produktionskosten).

Die erste Restriktion gewährleistet, daß der kumulierte Bedarf nicht größer ist als der Anfangsbestand und die maximal möglichen Produktionsmengen.
Die zweite Restriktion gewährleistet, daß der kumulierte Bedarf nicht größer ist als der Anfangsbestand und die kumulierten Produktionsmengen.
Die dritte Restriktion gewährleistet, daß die Produktionsmengen in jeder einzelnen Teilperiode die zur Verfügung stehende Kapazität nicht überschreiten.

E. SCHNEIDERs Modell hat jedoch den Nachteil, daß es nur graphisch lösbar und auf den Einproduktfall beschränkt ist.

Die weiteren marginalanalytischen Modelle[4] lösen den Mehrproduktfall ebenfalls nicht.[5] Hinzu kommt die Schwie-

---

1) SCHNEIDER [70].

2) Unter der Annahme eines gegebenen Anfangsbestandes sind dessen Zinskosten nicht relevant.

3) Unter der Annahme einer linearen Gesamtkostenfunktion sind die Produktionskosten nicht relevant. Vgl. SCHNEIDER [70], S. 104 f.

4) ARROW-KARLIN [3] ; MODIGLIANI-HOHN [45].

5) "Die zunächst einfache mathematische Grundaufgabe der Auffindung eines Extremums steigert sich aber durch die Zahl der Variablen auch für den Mathematiker in ein neues schwieriges Problem hinein." PESCHL [61], S. 36.

rigkeit bei der Berücksichtigung von Kapazitätsrestriktionen. Solche Modelle lassen sich mit Hilfe der Lagrange'schen Multiplikatoren nur dann lösen, wenn die Nebenbedingungen in Gleichungsform vorliegen.[1)]

Eine weitere Gruppe von Lösungsversuchen zur zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen bedient sich der **Dynamischen Programmierung**[2)]. Das Verfahren der Dynamischen Programmierung[3)] hat den Vorteil, daß es für alle Kostenverläufe anwendbar ist, doch wird im Mehrproduktfall die Zahl der relevanten Kombinationen von Zustandsvariablen so groß, daß der Rechenaufwand die praktische Anwendung dieses Verfahrens sehr stark einschränkt.

---

1) HADLEY [27], S. 85 ff.

2) ELSNER [19], S. 37 ff. u. S. 97 ff.; KAPS [35], S. 77 ff.; PIESCH [64], S. 56 ff.; WAGNER-WHITIN [74]; WINKLER [76] S. 120 ff.

3) Ein Entscheidungsprozeß, der mit Hilfe des von R.BELLMAN entwickelten Verfahrens der Dynamischen Optimierung gelöst werden kann, hat folgende Merkmale:
   (1) Einen Planungszeitraum, der in Teilperioden{Stufen} zerlegt ist.
   (2) Zu Beginn und zum Ende jeder Teilperiode {zu jedem Zeitpunkt} kann der Zustand des Systems durch Zustandsvariablen vollständig beschrieben werden.
   (3) Zu Beginn und zum Ende jeder Teilperiode {zu jedem Zeitpunkt} hat man die Wahl unter einer Menge von Entscheidungen, die von dem vorliegenden Zeitpunkt und vom vorliegenden Zustand abhängen. Diese Menge heißt Entscheidungsraum für diesen Zeitpunkt {für diese Stufe} zum vorgegebenen Zustand.
   (4) Eine Entscheidung bewirkt eine Änderung der Zustandsvariablen und des betrachteten Zeitpunkts {der betrachteten Stufe}.
   (5) Die Vergangenheit des Systems ist ohne Einfluß auf zukünftige Entscheidungen (sog. Markovprozeß).
   (6) Die zugrundegelegte Kostenfunktion {Bewertungsfunktion} läßt sich in Teilfunktionen aufspalten, die eine Bewertung einer einzelnen Entscheidung zu einem festen Zeitpunkt bei einem vorgegebenen Zustand gestatten und eine rekursive Ermittlung des Optimums der Kostenfunktion {Bewertungsfunktion}ermöglichen.
   (7) Es sollen der optimale Wert der Kostenfunktion {Bewertungsfunktion} und die zugehörige(n) optimale(n) Entscheidungsfolge(n) bestimmt werden.

Seit 1958 wird in stärkerem Maße versucht, das Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen mit Hilfe der L i n e a r e n P r o g r a m m i e r u n g zu lösen[1]. Die in der Literatur zu findenden Lösungsversuche[2] sind überwiegend Kostenminimierungsansätze für einen mehrperiodigen Planungszeitraum.

Der Nachteil aller o.a. Lösungsversuche liegt darin, daß die (von der Sortenfolge abhängigen) Rüstkosten außer Ansatz bleiben. Diese Einschränkung muß jedoch bei Produktionsprozessen mit Rüstvorgängen aufgehoben werden, wenn das Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen optimal gelöst werden soll.

## 13 Zum Problem der optimalen Seriengröße

Das Problem der kostenminimalen Seriengröße besteht darin, für e i n e Produktart die Seriengröße[3] zu bestimmen, bei der ein optimaler Ausgleich von Lagerhaltungs- und Produktionskosten einer in einem Planungszeitraum benötigten Menge erzielt wird.[4]

---

Fortsetzung der Fußnote 3) von Seite 6.
Das BELLMAN'sche Optimalitätsprinzip lautet jetzt: Eine optimale Entscheidungsfolge hat die Eigenschaft, daß unabhängig von der Wahl des Anfangszustandes und der Anfangsentscheidung die restlichen Entscheidungen eine optimale Entscheidungsfolge in bezug auf den aus der ersten Entscheidung resultierenden Zustand bilden. Vgl. BELLMAN [7] , S. 83.

1) Zur Linearen Programmierung vgl. BECKMANN [6] ; DANTZIG [13]; HAX, H. [29]; KRELLE-KÜNZI [39]; NIEMEYER [57].

2) DANØ-JENSEN [12], S. 30 ff.; REICHMANN [65], S. 62 ff.

3) Eine Serie sei die Produktionsmenge einer Sorte "..., die als geschlossener Posten zwischen zwei Umrüstungen eines Aggregates hergestellt wird." ADAM [2], S. 32.

4) Die erste Seriengrößenformel stammt von F. HARRIS aus dem Jahre 1915, die älteste deutschsprachige Abhandlung zur optimalen Seriengröße von C.v. DOBBELER erschien 1920. HARRIS,F., Operations and Cost, Chicago 1915, zitiert nach HADLEY-WHITIN [26], S. 26; DOBBELER [16] Weitere Literatur zum Seriengrößenproblem findet sich bei ADAM [2], S. 52 Fn. 20.

Die Behandlung des Seriengrößenproblems in Mehrproduktunternehmen erfolgt in den meisten Fällen unabhängig von der Ablaufplanung des Produktionsprozesses. Erstmalig versuchte J. ROGERS[1], das Seriengrößen- und Seriensequenzproblem[2] miteinander zu verknüpfen. Er berücksichtigte aber in seinem Lösungsversuch weder weitere Nebenbedingungen[3] noch von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten[4].

Andere Autoren[5] versuchen, das Seriengrößenproblem in Mehrproduktunternehmen mit Hilfe der Seriengrößenformel zu lösen. Nach W. DINKELBACH führt dies im allgemeinen nur unter einer Voraussetzung zu einer z u l ä s s i g e n Lösung: "Die einzelnen Erzeugnisse (Erzeugnisarten) werden in einem strengen Produktionszyklus (strict cycle, pure rotation) hergestellt, d.h. zwischen zwei aufeinanderfolgenden Auflegungen eines Erzeugnisses wird jedes andere Erzeugnis genau einmal aufgelegt."[6]

Die Voraussetzung des strengen Produktionszyklus umgehen S. EILON[7], H. MÜLLER-MERBACH[8] und J. ROGERS[9], indem sie die im ersten Schritt ermittelten Seriengrößen in der Weise abwandeln, daß die geänderte Lösung auf der Produktionsanlage durchgeführt werden kann.

---

1) ROGERS [67].

2) Beim Seriensequenzproblem geht es darum, optimale und zeitlich durchführbare Maschinenbelegungspläne zu erstellen. Vgl. hierzu ADAM [2], S. 84 ff. und die dort angegebene Literatur.

3) Beschränkungen in bezug auf die Betriebsmittel werden berücksichtigt bei CHURCHMAN-ACKOFF-ARNOFF [11], S. 235 ff.; HOLT-MODIGLIANI-MUTH-SIMON [33], S. 189 ff.; PETERS [62], Teil II; LEWANDOWSKI [40]; GUTENBERG [23] S. 165 ff.; MÜLLER-MERBACH [47], S. 59 ff.

4) Zum Sortenwechselproblem vgl. DINKELBACH [14], S. 13 f. und die dort angegebene Literatur. Ferner ADAM [2]; MAXWELL [43].

5) MAGEE [42], S. 56 ff. u. S. 310 ff.; SALVESON [68], S. 250; NADDOR [55], S. 264; MÜLLER-MERBACH [47], S. 31 ff.

6) DINKELBACH [14], S. 50.

7) EILON [17], S. 367 ff.

8) MÜLLER-MERBACH [47], S. 34 ff.

9) ROGERS [67], S. 269 ff.

Den entscheidenden Einwand gegen die Bestimmung der Einzelseriengrößen bei Mehrproduktunternehmen nach der Seriengrößenformel bildet " ... die mangelnde Berücksichtigung der Interdependenz, die zwischen den Losen der verschiedenen, in verbundener Produktion hergestellten Erzeugnisse besteht. Wenn dieser Mangel ausgeschaltet werden soll, muß die Losgrößenermittlung für sämtliche in Frage kommenden Produkte simultan erfolgen."[1)]

W.L. MAXWELL[2)] vernachlässigt die Seriengrößenformel ganz und bezieht von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten in sein Modell ein, für das er mit Hilfe heuristischer Methoden Näherungslösungen bestimmt.

W. DINKELBACH stellt mit Recht fest: "Für ein Mehrproduktunternehmen mit verbundener Produktion gehören also die Fragen der optimalen Losgröße, des Sortenwechsels und der Produktionszeitplanung eng zusammen."[3)]

Modelle zur simultanen Lösung des Problems der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen und des Seriengrößenproblems wurden von D. ADAM[4)] und W. DINKELBACH[5)] formuliert. Beide Modelle sollen im zweiten Kapitel diskutiert werden. Der Lösungsversuch von CH. HAEHLING VON LANZENAUER[6)], der über die Ansätze von D. ADAM und W. DINKELBACH nicht hinausreicht, wird der Vollständigkeit halber in den Modellvergleich mit einbezogen.

---

1) ORTH [58], S. 745.
2) MAXWELL [43].
3) DINKELBACH [14], S. 14.
4) ADAM [2] , S. 152 ff.; ADAM [1].
5) DINKELBACH [14], S. 58 ff.
6) HAEHLING v. LANZENAUER[28].

## 14 Zur Typisierung von Produktionsprozessen

In der betriebswirtschaftlichen Literatur erscheint immer wieder der Modelltyp der Momentanproduktion. Dieser Modelltyp kann jedoch für unsere Modelle nicht relevant sein, da dort angenommen wird, daß die Produktionsgeschwindigkeit $\infty$ sei und daher die Produktion keine Zeit benötige. Wir wollen diesen irrealen Modelltyp nicht näher betrachten und nur Produktionsprozesse untersuchen, die Zeit für die Produktion beanspruchen. Hier unterscheidet man zunächst zwischen offener und geschlossener Produktion.

Offene Produktion ist dadurch gekennzeichnet, daß sich immer nur eine Produkteinheit in Bearbeitung befindet, während alle anderen Produkte noch bearbeitet werden oder bereits bearbeitet wurden. Jede Produkteinheit geht unmittelbar nach ihrer Bearbeitung in die nächste Stufe, ins Lager oder zum Verkauf. So kann z.B. ein fertiges Auto unmittelbar nach Beendigung des Produktions- und Montageprozesses ab Werk dem Kunden übergeben werden.

Geschlossene Produktion ist dadurch gekennzeichnet, daß eine Produkteinheit erst dann in die nächste Stufe, ins Lager oder zum Verkauf gehen kann, wenn der Produktionsprozeß der ganzen Serie abgeschlossen ist. Wir unterscheiden hier zwischen ökonomisch-geschlossener und technologisch-geschlossener Produktion.

Bei der ökonomisch-geschlossenen Produktion werden zwar während der Produktionszeit die einzelnen Stücke einer Serie nacheinander bearbeitet, aus ökonomischen Gründen aber erst am Ende der Produktionszeit an die nächste Stufe, ans Lager oder zum Verkauf weitergegeben. Dies wird i.d.R. dann der Fall sein, wenn hintereinander geschaltete Produktionsstufen nicht durch ein Fließband oder Transportband miteinander verbunden sind. Der Transport der bearbeiteten Stücke von einer Produktionsstufe zur anderen erfolgt i.d.R. erst dann, wenn bestimmte Transportbehälter (wie

z.B. Paletten, Gitter, Kisten, u.ä.) ausreichend gefüllt sind oder wenn die ganze Serie in einer Stufe bearbeitet ist. Auf unser Beispiel des Autoverkaufs bezogen heißt das, daß ein vom Werk räumlich getrenntes Auslieferungslager die fertigen Fahrzeuge nicht unmittelbar nach Beendigung des Montageprozesses vom Werk zur Weitergabe an den Kunden erhält sondern erst, nachdem das Transportmittel vom Werk zum Auslieferungslager (Autotransporter, Bahntransporter) genügend ausgelastet ist.

Bei der technologisch-geschlossenen Produktion müssen alle Stücke einer Serie infolge eines technologisch bedingten, gemeinsamen Arbeitsganges gleichzeitig bearbeitet werden. Wir unterscheiden hierbei zwei Typen. Die technologisch-geschlossene Produktion vom Typ A ist dadurch gekennzeichnet, daß der Wertzuwachs der im Produktionsprozeß befindlichen Serie kontinuierlich während des Produktionsprozesses erfolgt. Haben z.B. 1000 Spezialschrauben vor Beginn des gemeinsamen Arbeitsganges 'Galvanisieren' den Wert von DM 5,-- je Stück, der während des Galvanisierungsprozesses von 3 Stunden gleichmäßig auf den Wert von DM 6,-- je Stück anwächst, so erhalten wir folgende Funktion für die Entwicklung des Wertes W(t) der bearbeiteten Serie während der Produktionszeit

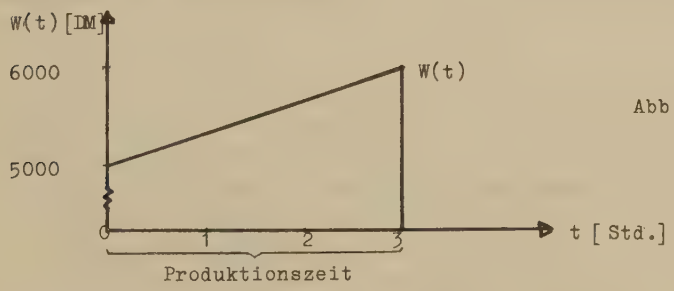



Abb.3

Erfolgt der Wertzuwachs der bearbeiteten Serie nicht gleichmäßig während der Produktionszeit, so sprechen wir von

technologisch-geschlossener Produktion vom Typ B. Haben z.B. 1000 Metallgehäuse vor Beginn des gemeinsamen Arbeitsganges 'Lackieren' den Wert von DM 5,-- je Stück, der während des Lackierungsprozesses (= Tätigkeitszeit) von 0,4 Stunden kontinuierlich auf den Wert von DM 6,-- je Stück anwächst und benötigt die ganze Serie bis zum Abschluß dieses Produktionsprozesses noch 2,6 Stunden Trockenzeit (= Wartezeit), während der sich der Wert der Metallgehäuse nicht erhöht, so erhalten wir folgende Funktion für die Entwicklung des Wertes W(t) der bearbeiteten Serie während der Produktionszeit

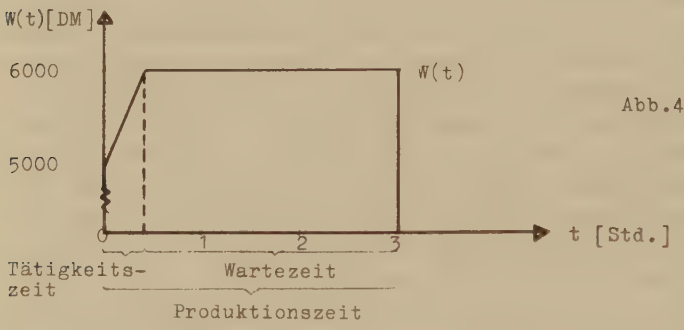



Abb.4

Die Ermittlung der Kapitalbindungskosten bei den verschiedenen Produktionsprozeßtypen erfolgt in den entsprechenden Modellen des dritten Kapitels.

Mehrstufenfertigung ist dadurch gekennzeichnet, daß ein Produkt während des Produktionsprozesses mehrere Produktionsstufen durchläuft.[1)] Die Aufteilung des Produktionsprozesses in verschiedene Produktionsstufen kann technologisch bedingt sein oder aus der Rationalisierung des Arbeitsablaufes resultieren. Die Zwischenprodukte der einzelnen Produktionsstufen werden daher in der Regel nicht verkaufsreif sein.

1) HAEHLING v. LANZENAUER [28], S. 34.

Ein Spezialfall der Mehrstufenfertigung ist dadurch gekennzeichnet, daß der Output einer Produktionsstufe zum Input der nachfolgenden Stufe wird, bis endlich in der letzten Produktionsstufe das verkaufsreife Fertigprodukt entsteht. Dieser Typus des Produktionsprozesses sei als Veredelungsfertigung [1] bezeichnet.

Die Produktionsanlagen der einzelnen Produktionsstufen werden in der Regel unterschiedliche Kapazitäten haben. Zwischen benachbarte Produktionsstufen geschaltete Zwischenläger [2] ermöglichen eine zeitliche Abstimmung des Outputs einer Produktionsstufe mit dem Input der Folgestufe. Die Probleme der Mehrstufenfertigung und die zeitliche Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen lassen sich nur simultan lösen. Die bisher bekannt gewordenen Lösungsversuche von D. ADAM [3] und CH. HAEHLING v. LANZENAUER [4] scheinen uns wegen ihrer einschränkenden Annahmen nicht geeignet, die Probleme der mehrstufigen Mehrproduktfertigung zu lösen [5].

Besondere Bedeutung in mehrstufigen Mehrproduktunternehmen kommt der Herstellung mehrteiliger Produkte zu. Unter mehrteiligen Produkten sollen solche Produkte verstanden werden, die durch Montage von Einzelteilen und/oder Zwischenprodukten (Baugruppen) entstehen.
Die Teilebedarfsrechnung in Montagebetrieben kann bei gegebenen Produktionsmengen mit Hilfe sog. Gozinto-Graphen [6]

---

1) HAEHLING v. LANZENAUER [28], S. 34.

2) ADAM [2], S. 99 ff.; HAEHLING v. LANZENAUER [28], S. 35; PFAFFENBERGER [63], S. 31 f.

3) ADAM [2], S. 152 ff.

4) HAEHLING v. LANZENAUER [28], S. 46 f.

5) Vgl. hierzu unsere Ausführungen im Kapitel 2.

6) A. VAZSONYI benennt diesen Graphen nach dem von ihm erfundenen italienischen Mathematiker Z e p a r t z a t G o z i n t o , um durch eine phonetische Spielerei gleichzeitig den Zweck dieses Graphen deutlich zu machen: " t h a t p a r t t h a t g o e s i n t o ". VAZSONYI [75], S. 385.

durchgeführt werden. [1]

Bei einer simultanen Produktions- und Absatzplanung sind jedoch die Input-Output-Matrizen des Produktions- und Montageprozesses in das Modell zu integrieren. Produktions- und Teilebedarfsmengen sind somit lösungsabhängig.

## 15 Zum Begriff und Inhalt der relevanten Kosten

Neben den Erlösen für Einzelteile, Zwischenprodukte und Endprodukte sollen in unseren Modellen "... nur solche Kosten berücksichtigt werden, die zu den Handlungsparametern des Entscheidungsfalles funktionale Beziehungen aufweisen."[2] Handlungsparameter bei der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen in mehrstufigen Unternehmen bei gegebenen Kapazitäten sind die Absatzmengen an Einzelteilen, Zwischen- und Endprodukten, die Produktionsmengen der einzelnen Produktions- und Montagestufen, ihre Seriengrößen und die Lagermengen der einzelnen Zwischenläger. Tritt noch das Wahlproblem zwischen Eigenerstellung und Fremdbezug von Einzelteilen und Zwischenprodukten hinzu, so erhalten wir als weitere Handlungsparameter die Fremdbezugsmengen an Einzelteilen und Zwischenprodukten.

Als relevante Kosten 1. Grades einer Stufe sollen die Kosten bezeichnet werden, die sich proportional zur Produktionsmenge dieser Stufe verhalten und keine Kosten enthalten, die aus dem Seriengrößen- und -sequenzproblem und aus der Kapitalbindung von Produkten resultieren. Die Rüst- und Kapitalbindungskosten sollen als relevante Kosten 2. Grades bezeichnet werden.

---

1) Zur Teilebedarfsrechnung am Gozinto-Graphen vgl. u.a. BERR-PAPENDIECK [9]; MÜLLER-MERBACH [49]; MÜLLER-MERBACH [50]; MÜLLER-MERBACH [51]; MÜLLER-MERBACH [52]; MÜLLER-MERBACH [53], S. 246 ff.; MÜLLER-MERBACH - SCHMIDT [54]; LÖSCH [41]; PAHLITZSCH-BERR [60]; SCHMIDT [69].

2) KILGER [36], S. 77 f.

Zum Grundsatz von den relevanten Kosten vgl. KILGER [37], S. 160 ff. und die dort angegebene Literatur.

Im Zusammenhang mit der Frage nach den relevanten Kosten unserer Modellansätze wollen wir auch auf das Problem der sog. Kapitalbindungskosten näher eingehen. In der Regel werden in den Modellen der einschlägigen Literatur zur Kostenrechnung und Produktionsplanung für die Kapitalbindung im Umlauf- und im Anlagevermögen negative Erfolgsgrößen in Form kalkulatorischer Zinsen angesetzt, ohne daß man sich über das dahinterstehende ökonomische Konzept im klaren ist. Es sei deshalb kurz auf dieses Problem eingegangen.

Die überwiegende Mehrheit der Autoren zur Kostenrechnung unterstellt den sog. wertmäßigen Kostenbegriff, d.h. man unterscheidet ein Mengengerüst der Kosten und einen Faktorwert, der nicht unbedingt auszahlungswirksam sein muß. Für die Definition der Mengenkomponente werden die Kriterien des Faktoreinsatzes bzw. Faktorverzehrs und der Leistungsbezogenheit herangezogen. Das Kriterium der Leistungsbezogenheit hat die Aufgabe, die Kostentheorie, die darauf aufbauende Kostenrechnung und die mit deren Daten arbeitenden produktions- und absatzwirtschaftlichen Partialmodelle nur auf einen Teil des unternehmerischen Entscheidungsfeldes - nämlich auf das 'Betriebsmodell' einzuengen.[1)]

Eine derartige Partialbetrachtung verlangt in denjenigen Fällen, in denen eine vollständige sachliche und zeitliche Abgrenzung des Betriebsmodells von dem alle wirtschaftlichen Aktionsparameter umfassenden 'Unternehmensmodell' nicht gelingt, eine ertrags- bzw. nutzenorientierte Bewertung der bestehenden Interdependenzen zu anderen Teilbereichen. Werden diese Interdependenzen zu den tangierten Entscheidungsfeldern nicht explizit erfaßt, so müssen die mit der Entscheidung verbundenen Wertminderungen als Negativkomponenten gesondert erfaßt werden.[2)]

---

1) ADAM [3], S. 23.
2) HAX [30], S. 751.

Die ökonomische Aufgabe der Kapitalbindungskosten besteht nun darin, die durch partiale Produktions-und Absatzentscheidungen entstehende Kapitalbeanspruchung kalkulatorisch, d.h. kostenmäßig so zu bewerten, daß die darauf aufbauende Entscheidungsrechnung die optimale Verwendung des knappen Kapitals im Leistungserstellungs- und -verwertungsprozeß ermöglicht. Es muß also derjenige kalkulatorische Zinssatz gefunden werden, der die knappen finanziellen Mittel in Richtung der im Sinne der Zielfunktion besten Verwendungsart lenkt.

Das Dilemma dieser Bewertungsfrage besteht nun darin, daß diese Verwendungsart bei mehreren Produkten und Unternehmensbereichen mit unterschiedlicher Kapitalbeanspruchung nur simultan mit der optimalen Entscheidung für das Unternehmensmodell ermittelt werden kann.

Das Problem des Ansatzes von Kapitalbindungskosten in produktions- und absatzwirtschaftlichen Partialmodellen besteht also darin, daß die kalkulatorische Erfolgsgröße für die Kapitalbeanspruchung eine endogene Größe ist. Man bezeichnet sie deshalb auch als Opportunitätskosten, deren Ansatz aufgrund der obigen Ausführungen nur notwendig ist, wenn derartige finanzielle Interdependenzen tatsächlich bestehen, d.h. wenn das produktions- und absatzwirtschaftliche Optimum durch den nicht simultan erfaßten Finanzbereich tatsächlich beeinflußt wird.

Die entscheidungsgerechte Erfassung der Kapitalbeanspruchung wäre also die Formulierung finanzieller Restriktionen für die Entscheidungsmodelle. Dieses Vorgehen erschwert jedoch den Aufbau der Modelle. Finanzierungsrestriktionen müssen nämlich auf zeitpunktbezogenen zukünftigen Zahlungen aufbauen.[1] Daraus folgt aber, daß auch in die Zielfunktion nur Va-

1) Vgl. GUTENBERG [25], S. 272 ff.; KILGER [37], S. 160 f.

riablen eingesetzt werden dürfen, deren Koeffizienten Ein- oder Auszahlungen darstellen. Das Modell wäre dann so umzuformulieren, daß in keinem Zahlungszeitpunkt ein Auszahlungsüberschuß entsteht. Dem entspräche die Zielgröße 'Maximierung der Einzahlungsüberschüsse am Ende des Planungszeitraums'.[1] Darüber hinaus wären Zahlungsziele zu berücksichtigen.

Die traditionelle Methode - nämlich der Ansatz von kalkulatorischen Zinsen - verzichtet bei produktions- und absatzwirtschaftlichen Wahlproblemen auf die unmittelbare Erfassung der zwischen den Aktionsparametern bestehenden finanziellen Interdependenzen. Das hat jedoch zur Folge, daß die im Modell angesetzten Kapitalbindungskosten nur Schätzgrößen sein können. Man bedient sich bei produktions- und absatzwirtschaftlichen Partialmodellen eines Lagerkostensatzes, der die Zins- und Lagerkosten pro Mengeneinheit und Teilperiode angibt. Er muß für den Planungszeitraum als gegebene Plangröße angenommen werden.

Abgesehen von den oben skizzierten grundsätzlichen Problemen tauchen bei der Schätzung des Lagerkostensatzes folgende Fragen auf, die aber hier nicht eingehend diskutiert werden sollen:

a) Das Problem der Zurechenbarheit der verschiedenen Kapitalbindungskosten-Bestandteile auf die Bezugsgrößen Mengeneinheit und Zeiteinheit.[2]
b) Das Problem der Verwendung von Herstellkosten als Berechnungsbasis der Kapitalbindungskosten. Da nämlich die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten ein lösungsabhängiger Teil der Herstellkosten sind, können die exakten Kapitalbindungskosten ebenfalls nur lösungsabhängig sein.

---

1) Vgl. RIEBEL [66], S. 21.
2) Vgl. PACK [59].

## 16 Aufgabenstellung

Aufgabe dieser Arbeit soll es sein, einen theoretischen Ansatz zu entwickeln, der geeignet ist, das Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen bei gegebenen Kapazitäten, die Bestimmung optimaler Seriengrößen und die Lösung von Seriensequenzproblemen in Mehrproduktunternehmen, und das Problem der optimalen Produktion mehrteiliger Produkte simultan zu lösen. Wir wollen den Erklärungsgehalt dieses Lösungsansatzes dadurch erhöhen, daß die betrieblichen Funktionsbereiche Produktion, Lager und Absatz voneinander getrennt werden. Die kritische Analyse der Lösungsansätze von W. DINKELBACH [14], D. ADAM [2] und CH. HAEHLING v. LANZENAUER [28], die im nächsten Kapitel dargestellt werden, soll auf das Thema hinführen, die Grenzen dieser Ansätze aufzeigen, und als Ausgangsbasis für eigene Lösungsvorschläge dienen.

# 2 DARSTELLUNG UND KRITIK MEHRPERIODIGER SIMULTAN-MODELLE DER PRODUKTIONSPLANUNG

## 21 Das Modell von DINKELBACH[1)]

### 211 Darstellung[2)]

W. DINKELBACH entwickelt verschiedene mehrperiodige Simultanmodelle der Produktionsplanung bei einstufiger Fertigungsweise. Seine Modelle lassen sich zunächst in zwei Gruppen unterscheiden. In der ersten Gruppe werden Modelle entwickelt, bei denen die Produktionsplanung durch vorgegebene Zeitpunkte des Sortenwechsels gekennzeichnet ist. In der zweiten Gruppe geht W. DINKELBACH von der Annahme aus, daß "... die Produktionsumstellungen von einem Erzeugnis auf ein anderes, sowie Stillegungen und Wiederinbetriebnahmen der Produktionsanlage zu einem beliebigen Zeitpunkt innerhalb der Planungsperiode vorgenommen werden können." [3)] Diese Annahme variabler Zeitpunkte des Sortenwechsels scheint uns für die Weiterentwicklung der Modellansätze für mehrstufige Unternehmen weniger geeignet zu sein als die Annahme vorgegebener Zeitpunkte des Sortenwechsels, weil dadurch die formale Erfassung des Halbfabrikateflusses durch die einzelnen Produktionsstufen erschwert wird.

Die Modelle mit vorgegebenen Zeitpunkten des Sortenwechsels variiert W. DINKELBACH durch Annahmen über die Absatzgeschwindigkeit. Zunächst sei die Nachfrage nach dem Produkt $j$ $\{p\}$ in jeder Teilperiode konstant und betragen $x_j^H$ $\{s_p\}$

---

1) DINKELBACH [14], S. 58 - 70.

2) Die Symbolik unserer Modellansätze im dritten Kapitel soll auch hier verwendet werden. Die Kurzzeichen in Klammern {..}entsprechen denen in DINKELBACH [14]. Anmerkungen des Verfassers in Zitaten werden durch eckige Klammern [...] kenntlich gemacht.

3) DINKELBACH [14], S. 75.

Mengeneinheiten"..., die sich gleichmäßig auf die Teilperiode verteilen."[1] In einem zweiten Modell wird "... von der Absatzgeschwindigkeit $\sigma_p(t)$ für das Erzeugnis p nur gefordert, daß sie eine nichtnegative integrierbare Funktion der Zeit ist, also

1. $\sigma_p(t)$ (Riemann-) integrierbar
2. $\sigma_p(t) \geq 0 \qquad (t_o \leq t \leq T)$." [2]

In einem dritten Modell wird angenommen"..., daß über die Verteilung des Absatzes innerhalb einer Teilperiode nichts bekannt ist. Verlangt wird nur, daß von Erzeugnis p zu Beginn der n-ten Teilperiode, also zum Zeitpunkt $t_{n-1}$, mindestens $s_{pn}$ Mengeneinheiten auf Lager liegen, damit die Nachfrage der n-ten Teilperiode befriedigt werden kann. Man verhält sich im Modell also so, als ob die Nachfrage nur an den (diskreten) Zeitpunkten $t_n$ auftritt." [3]

Da wir bei unseren Modellen davon ausgehen, daß sich die Nachfrage gleichmäßig auf die Teilperiode verteilt, wollen wir im folgenden das Modell von DINKELBACH darstellen, das von vorgegebenen Zeitpunkten des Sortenwechsels und konstanter Absatzgeschwindigkeit ausgeht.[4] Im Gegensatz zu DINKELBACH werden wir aber für die einzelnen Teilperioden unterschiedliche Nachfragemengen annehmen.

W. DINKELBACH legt seinem Modell folgende Annahmen zugrunde:

(1) Die Aktivitäten
   - ① Sortenwechsel
   - ② Produktion ohne Sortenwechsel (also Weiterführung der Produktion derselben Produktart)
   - ③ Stillegung der Produktionsanlage
   - ④ Produktionsbeginn nach Stillstand der Produktionsanlage

---

1) DINKELBACH [14], S. 59.
2) DINKELBACH [14], S. 70.
3) DINKELBACH [14], S. 73.
4) DINKELBACH [14], S. 58 - 70.

sind nur zu bestimmten vorgegebenen Zeiten möglich.

(2) Die Produktion verläuft während der Produktionszeit kontinuierlich.

(3) Aus Ann. (2) folgt, daß der Planungszeitraum [0,T] in T {N} Teilperioden (Intervalle) eingeteilt werden kann, die aus Darstellungsgründen gleich lang sind.

(4) Die Nachfrage nach dem Produkt j {p} ist in jeder Teilperiode konstant und beträgt $x_j^H$ {$s_p$} Mengeneinheiten, die sich gleichmäßig auf die Teilperiode verteilen. Fehlmengen sind nicht zulässig.

(5) Die Produktionsmenge ist für alle Teilperioden konstant und beträgt

$$x_j^P = v_j^P\,[t - (t-1)] \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$\{r_p = \varrho_p\,(t_n - t_{n-1}) \qquad (n=1,\ldots,N)\}$$

Mengeneinheiten der Produktart j.
$v_j^P$ {$\varrho_p$} sei die Produktionsgeschwindigkeit des Produktes j in einer Teilperiode.

(6) Die Produktionsanlage kann zu ein und derselben Zeit nur e i n e Produktart herstellen oder bearbeiten.

(7) Aus Ann.(4) und Ann.(6) folgt, daß zu Beginn des Planungszeitraums für alle Produkte ein gewisser Lagerbestand $x_j^L$ {$g_p$} vorhanden sein muß.

(8) "Die Produktion selbst soll so vor sich gehen, daß alle Einheiten, die während einer Teilperiode n [t] hergestellt werden, am Ende dieser Teilperiode ... 'ausgestoßen' werden und damit zur Verfügung stehen."[1] Hieraus folgt, daß W. DINKELBACH geschlossene Produktion unterstellt.

---

1) DINKELBACH [14], S. 60.

(9) Stillstand ist definiert als Produktion der Produktart 0.

Die Zielfunktion des Modells sei die zu minimierende Funktion der gesamten Kosten, die bei der Produktion und Lagerung der J {M} Produkte im Planungszeitraum anfallen.

W. DINKELBACH untersucht die folgenden Kostenarten auf ihre Relevanz für das vorliegende Modell:

(1) Konstante S t ü c k k o s t e n $k^{H*}$ des laufenden Produktionsprozesses (losproportionale Kosten). Aus Ann. (4) folgt, daß diese Kosten keinen Einfluß auf das Ergebnis haben und deshalb in der Zielfunktion nicht berücksichtigt zu werden brauchen. "Hierbei wird unterstellt, daß die zu Beginn auf Lager befindlichen Erzeugnismengen zu denselben Stückkosten hergestellt wurden, die anfallen würden, wenn diese Mengen in der Planungsperiode produziert würden."[1)]

(2) V o n d e r S o r t e n f o l g e a b h ä n g i g e R ü s t k o s t e n $K^R$. Sie werden bei W. DINKELBACH in zwei Komponenten aufgespalten:

(21) A u f l e g u n g s k o s t e n $\{a_p\}$ sind alle Kosten "..., die bei der Einrichtung der Produktionsanlage für das Erzeugnis p [j] anfallen und unabhängig von der Größe des Loses (der Serie oder der Auflage) sind."[2)]

(22) S o r t e n w e c h s e l k o s t e n $\{c_{pq}\}$ entstehen dann, wenn die Anlage nach Produktion der Produktart i {p} auf Produktart j {q} umgerüstet wird (i,j=0,1,...,J). Bei Stillstand der Anlage soll das Produkt i,j=0 produziert werden (Ann.(9) ).

---

1) DINKELBACH [14], S. 61.
2) DINKELBACH [14], S. 61 f.

Bei W. DINKELBACH werden die Koeffizienten $k^R_{ij}$ (i,j=0,1,..,J) aufgespalten in die beiden o.a. Komponenten $\{a_p\}$ und $\{c_{pq}\}$. Es ergeben sich dann bei ihm für die vier möglichen Aktivitäten (Ann.(1) ) folgende Kostenkomponenten:

| Zustand in Teilperiode | | Aktivität in | Kosten in Teilperiode {n+1} | |
|---|---|---|---|---|
| {n} | {n+1} | $\{t_{n+1}\}$ | Auflegung | Sortenwechsel |
| {p (p=1,...,P) } | { q (q=1,...,P;q≠p)} | 1 | $\{a_q\}$ | $\{c_{pq}\}$ |
| {p (p=0,1,..,P)} | { p (p=0,1,...,P) } | 2 | $\{a_p\}$ | $\{c_{pp}=-a_p\}$ |
| {p (p=1,...,P) } | { q=0 } | 3 | {0 } | $\{c_{p0}\}$ |
| {p=0} | { q (q=1,...,P) } | 4 | $\{a_q\}$ | $\{c_{0q}\}$ |

(3) L a g e r h a l t u n g s k o s t e n $K^L$ $\{K_e\}$

Aufgrund der Ann.(4) kann die mittlere Lagerbeanspruchung einer Teilperiode als arithmetisches Mittel aus Anfangs- und Endbestand der Teilperiode mit dem Lagerkostensatz $k^L_j$ $\{\bar{e}_p\}$ bewertet werden. Der Lagerkostensatz bemißt sich in DM pro ME der Produktart j und Teilperiode.

Zu minimieren ist die Zielfunktion

$$K = K^R + K^L \qquad (2.01.0)$$

wobei

$$K^R = \sum_{i,j=0}^{J} \left( k^R_{0j}\, u_{j1} + \sum_{t=1}^{T-1} k^R_{ij}\, u_{it}\, u_{j,t+1} + k^R_{i0}\, u_{iT} \right) \qquad (2.01.1)$$

Rüstkosten der 1. Teilperiode — Rüstkosten der Teilperioden 2,...,T — Stillegungskosten am Ende des Planungszeitraums

$u_{jt}$ (j=0,1,...,J; t=1,...,T) ist eine binäre Hilfsvariable, die durch Nebenbedingungen genau definiert ist.

Die Matrix der von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten hat folgendes Aussehen:

$$\begin{pmatrix} 0 & k^R_{01} & k^R_{02} & \cdots & k^R_{0j} & \cdots & k^R_{0J} \\ k^R_{10} & 0 & k^R_{12} & \cdots & k^R_{1j} & \cdots & k^R_{1J} \\ k^R_{20} & k^R_{21} & 0 & \cdots & k^R_{2j} & \cdots & k^R_{2J} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ k^R_{i0} & k^R_{i1} & k^R_{i2} & \cdots & k^R_{ij} & \cdots & k^R_{iJ} \\ k^R_{j0} & k^R_{j1} & k^R_{j2} & \cdots & 0 & \cdots & k^R_{jJ} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ k^R_{J0} & k^R_{J1} & k^R_{J2} & \cdots & k^R_{Jj} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

Der Koeffizient $k^R_{ij}$ gibt die Kosten an, die bei einer Umrüstung der Anlage von Produkt i auf Produkt j entstehen.

Die einzelnen Aktivitäten lassen sich leicht in der Koeffizientenmatrix erkennen:

(1) Sortenwechsel
Alle Koeffizienten der Matrix mit Ausnahme der Koeffizienten der 1. Spalte, 1. Zeile und Hauptdiagonalen.

(2) Produktion ohne Sortenwechsel
Alle Koeffizienten der Hauptdiagonalen (wobei $k^R_{00}=0$ die Weiterführung des Stillstandes kennzeichnet).

(3) Stillegung der Produktionsanlage
Alle Koeffizienten der 1. Spalte mit Ausnahme von $k^R_{00}=0$.

(4) Produktionsbeginn nach Stillstand
Alle Koeffizienten der 1. Zeile mit Ausnahme von $k^R_{00}=0$.

Von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten dürfen in einer Teilperiode t+1 nur dann berücksichtigt werden, wenn in der Teilperiode t das Produkt i produziert wurde ($u_{it} = 1$) und in der Teilperiode t+1 das Produkt j produziert wird ($u_{j,t+1}=1$). Für $i \neq j$ entstehen echte von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten $k^R_{ij}$; für i=j wird $k^R_{ii} = 0$, weil kein Sortenwechsel stattgefunden hat.

W. DINKELBACH macht für die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten in bezug auf die Begrenzungen des Planungszeitraums folgende Annahmen:
(a) Die Anlage stehe unmittelbar vor Beginn des Planungszeitraums still und verursache daher in der 1. Teilperiode die durch den ersten Summanden in (2.01.1) angegebenen Kosten.
(b) Im Anschluß an den Planungszeitraum soll die Anlage still stehen und daher in der letzten Teilperiode (zusätzlich zu den von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten der letzten Teilperiode) die durch den dritten Summanden in (2.01.1) angegebenen Kosten verursachen.

Für die in (2.01.0) enthaltenen Lagerkosten gilt

$$(2.01.2) \quad K^L = \sum_{j=1}^{J} \Big[ x^L_j - \frac{1}{2} x^H_j + \sum_{t=2}^{T} \Big( x^L_j + x^P_j \sum_{\tau=1}^{t-1} u_{j\tau} - t\, x^H_j + \frac{1}{2} x^H_j \Big) \Big] k^L_j$$

Mittlerer Lagerbestand der 1. Teilperiode

Mittlerer Lagerbestand der Teilperioden 2,...,T

Der Kostenanteil der 1. Teilperiode wurde gesondert ausgewiesen, weil für den durchschnittlichen Lagerbestand dieser Periode keine lösungsabhängigen Aktivitäten relevant sind. Der in (2.01.2) zugrunde gelegte mittlere Lagerbestand der t-ten Teilperiode läßt sich wie folgt berechnen:

Der Lagerbestand zu Beginn der Teilperiode t beträgt

(2.01.2.1) $x_j^L + x_j^P (u_{j1} + u_{j2} + \ldots + u_{j,t-1}) - (t-1)\, x_j^H$

Der Lagerbestand unmittelbar vor Ende der Teilperiode t beträgt

(2.01.2.2) $x_j^L + x_j^P (u_{j1} + u_{j2} + \ldots + u_{j,t-1}) - t\, x_j^H$

Der mittlere Lagerbestand als arithmetisches Mittel aus Anfangs- und Endbestand der Teilperiode t beträgt

(2.01.2.3) $x_j^L + x_j^P \sum_{\tau=1}^{t-1} u_{j\tau} - t\, x_j^H + \frac{1}{2} x_j^H$ .

Die Zielfunktion ist unter folgenden Nebenbedingungen zu minimieren:

(1) Aus Ann.(4) und Ann.(8) folgt, daß die **Nichtzulässigkeitsbedingung von Fehlmengen** wie folgt zu formulieren ist:

(2.02) $x_j^L + x_j^P \sum_{\tau=1}^{t-1} u_{j\tau} \geq t\, x_j^H \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$

(2) Aus Ann.(6) läßt sich die **Alternativbeschränkung der Maschinenbelegung** durch die Nebenbedingungen (2.03), (2.04) und (2.05) ausdrücken.

(2.03) $\sum_{j=0}^{J} u_{jt} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$

(2.04) $u_{jt} \geq 0 \qquad \begin{Bmatrix} j=0,1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$

(2.05) $u_{jt}$ ganzzahlig $\qquad \begin{Bmatrix} j=0,1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$

Die Nebenbedingungen (2.03), (2.04) und (2.05) gewährleisten, daß in jeder Teilperiode t genau eines der $u_{jt}$ gleich 1 ist und alle übrigen gleich 0 sind.

W. DINKELBACH weist darauf hin, daß sein Modell in ein quadratisches Programm transformiert werden kann "..., doch ist die zugehörige quadratische Form indefinit, so daß die bisher bekannten Verfahren der quadratischen Programmierung nicht zur Anwendung kommen können. ... Durch Aufspaltung der Variablen $w_{pn}[u_{jt}]$ in M [J] neue Variable gelingt es jedoch, dieses Modell in ein anderes zu überführen, welches das gleiche Problem löst, deren Zielfunktion aber linear ist, so daß das Problem der numerischen Lösbarkeit fortfällt."[1)]

Die neuen Variablen $u_{ijt}\{w_{qpn}\}$ sind wie folgt definiert:

$u_{ijt} = 1$ 1. in der Teilperiode (t-1) ist Produkt i herzustellen,
2. in der Teilperiode t ist Produkt j herzustellen.

$u_{ijt} = 0$ wenigstens eine der beiden obigen Aussagen ist nicht erfüllt.

Die Alternativbeschränkung der Aktivitäten sieht dann wie folgt aus:

$$\sum_{i,j=0}^{J} u_{ijt} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T) \tag{2.08}$$

Diese Alternativbeschränkung der Aktivitäten gewährleistet, daß i n j e d e r T e i l p e r i o d e nur eine Aktivität ( vgl. Ann.(1) ) verwirklicht werden kann. Während in Gleichung (2.03) lediglich die Annahme (6) der Alternativbeschränkung der Maschinenbelegung formal ausgedrückt wird, werden in Gleichung (2.08) die Annahmen (1) und (6) miteinander verknüpft.

---

1) DINKELBACH [14], S. 65 f.

Die Alternativbeschränkung der Aktivitäten kam in der obigen Formulierung durch die multiplikative Verknüpfung der binären Variablen $u_{it}$ und $u_{j,t+1}$ zum Ausdruck (vgl. (2.01.1) ), was den Vorteil hatte, daß damit gleichzeitig die Kontinuität der Aktivitäten gewährleistet ist.

Die neue Formulierung der Alternativbeschränkung der Aktivitäten mit Hilfe der Variablen $u_{ijt}$ muß jedoch so ergänzt werden, daß die Kontinuität der Aktivitäten gewährleistet ist.( Vgl. (2.09) ).

Zu diesen Nebenbedingungen gehören folgende K o n t i n u i t ä t s b e d i n g u n g e n d e r A k t i v i t ä t e n [1]:

$$\text{wenn } u_{ijt} = 1, \quad \text{dann } \sum_{h=0}^{J} u_{hi,t-1} = 1$$

$$\text{bzw. wenn } u_{hi,t-1} = 1, \quad \text{dann } \sum_{j=0}^{J} u_{ijt} = 1$$

Nun gilt aber

$$\text{wenn } u_{ijt} = 1, \quad \text{dann auch } \sum_{j=0}^{J} u_{ijt} = 1$$

$$\text{und wenn } u_{hi,t-1} = 1, \text{ dann auch } \sum_{h=0}^{J} u_{hi,t-1} = 1$$

Beide Bedingungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

$$(2.09) \qquad \sum_{h=0}^{J} u_{hi,t-1} = \sum_{j=0}^{J} u_{ijt} \qquad \begin{Bmatrix} i=0,1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

---

1) DINKELBACH [14] , S. 67.

Zusammenfassend ergibt sich das folgende lineare Modell:

$$(2.06)\quad K = K^R + K^L$$

$$= \sum_{i,j=0}^{J} (k^R_{0j}\, u_{oj1} + \sum_{t=2}^{T} k^R_{ij}\, u_{ijt} + k^R_{i0}\, u_{jiT})$$

$$+ \sum_{j=1}^{J} \Big[ x^L_j - \frac{1}{2} x^H_j + \sum_{t=2}^{T} (x^L_j + x^P_j\, u_{oj1} + x^P_j \sum_{\tau=2}^{t-1} \sum_{i=0}^{J} u_{ij\tau} - t\, x^H_j + \frac{1}{2} x^H_j) \Big] k^L_j$$

$\longrightarrow$ Min!

unter den Nebenbedingungen

$$(2.07)\quad x^L_j + x^P_j\, u_{oj1} + x^P_j \sum_{\tau=2}^{t-1} \sum_{i=0}^{J} u_{ij\tau} \geq t\, x^H_j \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(2.08)\quad \sum_{i,j=0}^{J} u_{ijt} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(2.09)\quad \sum_{h=0}^{J} u_{hi,t-1} = \sum_{j=0}^{J} u_{ijt} \qquad \begin{Bmatrix} i=o,1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(2.10)\quad u_{ijt} \geq 0 \qquad \begin{Bmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(2.11)\quad u_{ijt} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{Bmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

## 212 Kritik

### 2121 Kritik an den Annahmen

In Mehrproduktunternehmen führen kostenminimale Seriengrößen der einzelnen Produkte, die durch isoliertes Anwenden von Wurzelformeln bestimmt wurden, im allgemeinen zu zeitlich undurchführbaren Maschinenbelegungsplänen, da hierbei die Interdependenzen zwischen den Produkten nicht berücksichtigt werden. Das Seriensequenzproblem läßt sich nur dadurch lösen, daß bei einzelnen Produkten von der kostenminimalen Seriengröße abgewichen wird. S. EILON[1] sucht eine Antwort auf die Frage, wie sehr die optimale Seriengröße variiert werden kann, damit die Kostenzunahme einen gegebenen Höchstsatz (in % der Minimalkosten) nicht überschreitet.[2]

Bei einer maximal zulässigen Abweichung p für das Verhältnis der (tatsächlichen) serienabhängigen Stückkosten zu den minimalen serienabhängigen Stückkosten erhält S. EILON einen zulässigen Bereich für die Seriengröße, der begrenzt wird durch

$$s_1 < s_{opt} < s_2 \quad , \text{ wobei}$$

$$s_1 = s_{opt} \left( p - \sqrt{p^2 - 1} \right)$$

$$s_2 = s_{opt} \left( p + \sqrt{p^2 - 1} \right) .$$

Eine zulässige Abweichung vom Minimum der relevanten Kosten in Höhe von 1% (p=1,01) ermöglicht eine Abweichung von

---

1) EILON [17] , S. 243 f.; vgl. auch NADDOR [56], S. 52 f.

2) Zur Sensitivitätsanalyse beim Seriengrößenproblem vgl. MÜLLER-MERBACH [48] ; DINKELBACH [15] , S. 32 - 37.

-13,2% bzw. + 15,2% von der kostenminimalen Seriengröße. Die Stückkostenfunktion verläuft offensichtlich im Bereich um das Optimum so flach, daß im Hinblick auf eine zulässige Lösung des Seriensequenzproblems ohne Bedenken von der kostenminimalen Seriengröße eines Produktes abgewichen werden kann. Der folgenden Abbildung und den Ausführungen EILON's kann weiterhin entnommen werden, daß die Kostenfunktion im Bereich rechts vom Minimum schwächer sensibel ist als im Bereich links des Minimums. [1)]

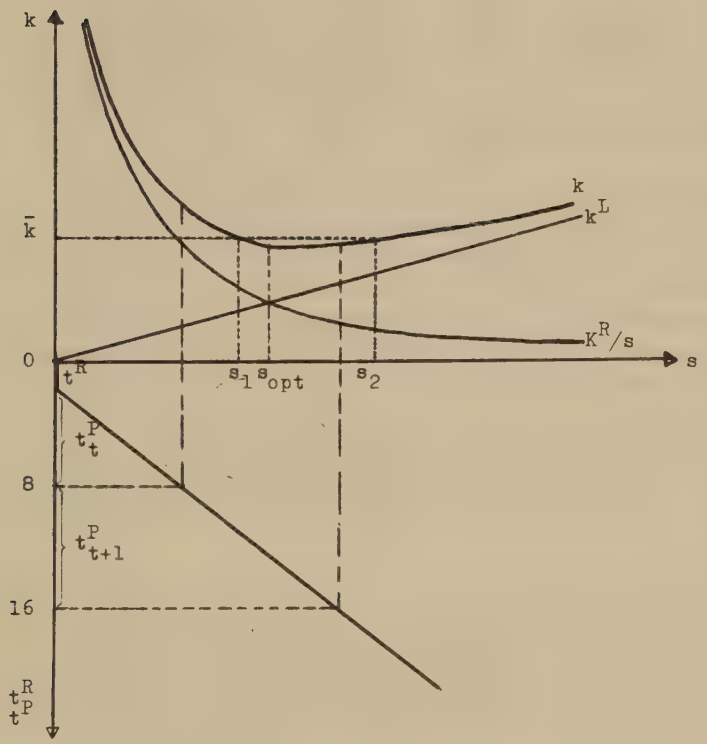



Abb.5

1) Vgl. hierzu auch MÜLLER-MERBACH [48] , S. 87.

Unter diesem Aspekt scheint uns die Annahme vorgegebener Zeitpunkte für die während der einzelnen Teilperioden realisierbaren Aktivitäten nicht sehr einschränkend zu sein, selbst wenn der Planungszeitraum nicht in infinitesimal kleine Teilperioden aufgeteilt wird.

Liegt nämlich die in einer Teilperiode produzierbare Stückzahl erheblich weit links von der optimalen Seriengröße, so wird das Optimalitätskriterium mit großer Wahrscheinlichkeit tendenziell bewirken, daß in der darauffolgenden Teilperiode das gleiche Produkt weiterproduziert wird.(vgl.Abb.) Liegt andererseits die in einer Teilperiode produzierbare Stückzahl rechts von der optimalen Seriengröße, so bringt die volle Ausnutzung der Periodenkapazität i.d.R. nur eine geringfügige Kostenerhöhung mit sich.

Die Problematik bei der Einteilung des Planungszeitraums in T Teilperioden liegt in deren Anzahl. Je grösser die Anzahl der Teilperioden ist, umso genauer liegt die Lösung am theoretischen Optimum. Dieser zunehmende Genauigkeitsgrad kann jedoch nur durch eine erhebliche Vergrößerung der Anzahl der Variablen und Nebenbedingungen erreicht werden.[1)]

Die Annahme gleich langer Teilperioden erleichtert erheblich die Formulierung von Programmansätzen, in die das Problem der Mehrstufenfertigung[2)] und das Problem der zeitlichen Anpassung[3)] integriert werden soll.

Die Annahme einer konstanten Nachfrage, die sich gleichmäßig auf die Teilperiode verteilt, ist nicht immer wirklichkeitsnah. Allerdings ermöglicht diese Annahme eine relativ einfache Erfassung der Lagerkosten.

---

1) Vgl. hierzu auch ADAM [ 2 ] , S. 153.
2) Vgl. Kapitel 3.
3) Vgl. Kapitel 4, Abschnitt 43.

Die Annahme der Nichtzulässigkeit von Fehlmengen ist jedoch sehr einschränkend, kommt es doch in Unternehmungen, deren Absatzmengen saisonalen Schwankungen unterliegen, immer wieder vor, daß die Nachfrage in manchen Teilperioden nicht voll befriedigt werden kann. Diese Annahme ist allerdings notwendig, wenn ein Programmansatz unter der Zielsetzung Kostenminimierung formuliert werden soll, da hier die Absatzmengen als gegeben angenommen werden müssen.

Die Annahme konstanter Produktionsmengen einer Produktart j für alle Teilperioden t (t=1,...,T) kann nach W. DINKELBACH durch die Annahme unterschiedlicher Produktionsmengen ersetzt werden. "In diesem Fall ist $r_p \{x^P_j\}$ durch $r_{pn} \{x^P_{jt}\}$ zu ersetzen, um die Abhängigkeit von der Teilperiode n {t} berücksichtigen zu können." [1]

In dem oben dargestellten Modell werden die Rüstzeiten nicht explizit ausgewiesen. DINKELBACH unterstellt, daß sich die Produktionsmengen der Teilperioden so berechnen lassen, daß bereits anteilige Zeiten für das Rüsten berücksichtigt wurden.[2] Problematisch hierbei ist, daß die anteiligen Rüstzeiten an sich lösungsabhängig sind. Nur aufgrund der Prämisse freier Kapazitäten gelangt er dennoch zum richtigen Ergebnis. Im übrigen stellt W. DINKELBACH die formale Einbeziehung von Sortenwechselzeiten in sein Modell in seinen Schlußbemerkungen dar.[3]

Der Produktionsausfall während des Rüstprozesses beträgt $v^P_j \cdot t^R_{ij} \{\varrho_p \cdot f'_{qp}\}$. Die Größe $t^R_{ij} \{f'_{qp}\}$ sei die von der Sortenfolge abhängige Rüstzeit bei einem Sortenwechsel von Produktart i (i=0,1,...,J) auf Produktart j (j=0,1,...J). Es wird vorausgesetzt, daß die Rüstzeit kleiner ist als die Teilperiodenlänge.

---

1) DINKELBACH [14], S. 80.
2) DINKELBACH [14], S. 81.
3) DINKELBACH [14], S. 81.

Der Produktionsausfall während des Rüstprozesses beträgt in der Teilperiode t: $\sum_{i=0}^{J} v_j^P \, t_{ij}^R \, u_{ijt}$ .

Selbstverständlich ist $t_{ii}^R = 0$ für i=0,1,...,J, weil kein Produktionsausfall aufgrund von Umrüstungsarbeiten entsteht.

Der Produktionsausfall für Produkt j bis zum Beginn der t-ten Teilperiode beträgt

$$v_j^P \, t_{0j}^R \, u_{0j1} + \sum_{\tau=2}^{t-1} \sum_{i=0}^{J} v_j^P \, t_{ij}^R \, u_{ij\tau} \; .$$

Die Nachfrage- bzw. Lagerbedingung (2.07) im linearen Modell ist dann durch die Bedingung (2.07)* zu ersetzen.

$$(2.07)^* \quad x_j^L + x_j^P \, u_{0j1} + x_j^P \sum_{\tau=2}^{t-1} \sum_{i=0}^{J} u_{ij\tau} - v_j^P \, t_{0j}^R \, u_{0j1}$$

$$- v_j^P \sum_{\tau=2}^{t-1} \sum_{i=0}^{J} t_{ij}^R \, u_{ij\tau} \geq t \, x_j^H \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Die Annahme der Alternativbeschränkung der Maschinenbelegung kann nicht unabhängig von der Teilperiodenlänge diskutiert werden. Je länger die Teilperioden sind, desto einschränkender wirkt die Alternativbeschränkung der Maschinenbelegung. Dennoch scheint uns diese Annahme gerechtfertigt zu sein, selbst wenn der Planungszeitraum nicht in infinitesimal kleine Teilperioden aufgeteilt wird, weil durch sie die Lösung des Seriensequenzproblems ermöglicht wird.

Die Annahme von Lageranfangsbeständen ist allein an die Annahme der Nichtzulässigkeit von Fehlmengen gekoppelt und ist daher bedingt notwendig.

Die Annahme W. DINKELBACHs über den Produktionsvorgang läßt offen, ob es sich um technologisch-geschlossene oder um ökonomisch-geschlossene Produktion handelt. Wir wollen unterstellen, daß W. DINKELBACH von der ökonomisch-geschlossenen Produktion oder von der technologisch-geschlossenen Produktion vom Typ A ausgeht.

## 2122 Kritik an der Modellformulierung

In diesem Abschnitt soll untersucht werden, ob unter den oben gemachten Annahmen die Formulierung des Modells ökonomisch sinnvoll ist. Die Kritik befaßt sich mit folgenden Punkten:

1) Von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten $k^R_{ij}$

W. DINKELBACH spaltet diese Kosten auf in die beiden Komponenten (sortenfolgeunabhängige) Auflegungskosten $\{a_p\}$ und (sortenfolgeabhängige) Sortenwechselkosten $\{c_{qp}\}$. Diese Kostenauflösung in einen sortenfolgeunabhängigen und einen sortenfolgeabhängigen Bestandteil ist zwar theoretisch möglich, erweist sich aber bei der praktischen Anwendung des Modells als überflüssig und erschwerend, da die Koeffizienten $\{a_p\}$ und $\{c_{qp}\}$ denselben Variablen zugeordnet und daher zusammengefaßt werden müssen. Die Kostenauflösung der Rüstkosten ist für ein Entscheidungsmodell weder zweckmäßig noch erforderlich.

2) Aufteilung des Planungszeitraums in T $\{N\}$ Teilperioden

Bei der Aufteilung des Planungszeitraums geht W. DINKELBACH davon aus, daß "..., wenn sich ein Erzeugnis 'in der Produktion' befindet, dieses Erzeugnis sicherlich eine gewisse Zeit lang 'in der Produktion' bleiben wird. ...Diese aufgrund gewisser Erfahrung bekannte Zeitspanne $\omega_p$, die eine Art 'break-even point' darstellt, kann zum Beispiel so groß gewählt werden, daß die Durchschnittskosten (einschließlich der Auflegungs- und Sortenwechselkosten) im Intervall $\omega_p$ gerade gleich den Durchschnittskosten früherer Planungsperioden sind. Andererseits läßt sich $\omega_p$ aus der Mindestlosgröße des Erzeugnisses p bestimmen." 1)

1) DINKELBACH [14], S. 76.

Diese von W. DINKELBACH vorgeschlagenen Kriterien für die Festlegung der Teilperiodenlänge können nicht als ökonomisch sinnvoll angesehen werden. Die Länge der Teilperioden muß vielmehr durch einen Rückkopplungsprozeß veränderbar sein, falls dadurch eine bessere Lösung erwartet werden kann. Man könnte ausgehen von einem Planungszeitraum, der in T Teilperioden der Länge 8 [Std.] eingeteilt ist. Das Modell ist für den so strukturierten Planungszeitraum zu formulieren und die erste "optimale" Lösung zu berechnen. Die Produktfolge für die Teilperioden gibt Auskunft über die Möglichkeit, die erhaltenen Lösungswerte zu verbessern. Tendenziell weist eine Produktfolge, bei der mehrere Produkte jeweils über zwei oder mehr zusammenhängende Teilperioden gefertigt werden, darauf hin, daß die Teilperioden durchaus hätten länger sein können. Bei der Planung für den folgenden Planungszeitraum kann dies bei der Modellformulierung berücksichtigt werden.
Eine Produktfolge, die überwiegend durch Sortenwechsel in den einzelnen Teilperioden gekennzeichnet ist, weist tendenziell darauf hin, daß die Teilperioden zu lang gewählt wurden. Die erwarteten Kosten einer Modellerweiterung können der erwarteten Kostenersparnis oder dem erwarteten Gewinnzuwachs (bzw. der Kostenersparnis oder dem Gewinnzuwachs der letzten Verkürzung der Teilperiodenlänge) gegenübergestellt werden und somit eine ökonomisch sinnvolle Entscheidungsbasis schaffen.

Eine theoretisch exakte Lösung erhalten wir, wenn die Anzahl der Teilperioden T gegen $\infty$ strebt. Gleichzeitig strebt die Teilperiodenlänge $\tau$ gegen 0. Aufgrund der Annahme, daß die Teilperiodenlänge größer sein muß als die von der Sortenfolge abhängigen Rüstzeiten [1], muß aber die Mindestlänge der Teilperioden größer sein als die größte von der Sortenfolge abhängige Rüstzeit. Es gilt also

$$\max_{\substack{i=0,1,\ldots,J \\ j=0,1,\ldots,J}} t_{ij}^{R} < \tau_{min}$$

---

1) DINKELBACH [14], S. 81.

Bei ständiger Verkürzung der Teilperiodenlänge $\tau$ wird jedoch i.d.R. ab einer bestimmten Teilperiodenlänge $\tau^* \geq \tau_{min}$ die Lösung nicht mehr besser werden. Beziehen wir noch die zu erwartenden Kosten der ständigen Modellerweiterung ins Kalkül ein, so wird es ab einer Teilperiodenlänge $\tau' > \tau^*$, bei der die erwarteten Kosten der Modellerweiterung die erwartete Kostenersparnis infolge Verkürzung der Teilperiodenlänge gerade kompensieren, ökonomisch nicht mehr sinnvoll sein, die Teilperiodenlänge weiter zu verkürzen.

Über die Endbestände macht W. DINKELBACH keine Annahmen. Er sagt lediglich, daß in der letzten Teilperiode sicher nichts mehr produziert wird, wenn die Endbestände möglichst gering sein sollen.[1] Dies ist auch sinnvoll, da bei geschlossener Produktion die in der letzten Teilperiode produzierten Mengen nicht mehr im Planungszeitraum abgesetzt werden können.

Da W. DINKELBACH annimmt, daß keine Fehlmengen auftreten dürfen, muß für die letzte Auflegung der Produktart j (j=1,...,J) im Planungszeitraum, die in der Teilperiode t stattfinden soll, folgende Bedingung gelten:

$$\underbrace{x_{jt}^{L}}_{\text{Lagerbestand zu Beginn der Teilperiode t}} + \underbrace{\sum_{i=0}^{J} x_j^P \, u_{ijt} - \sum_{i=0}^{J} v_j^P \, t_{ij}^R \, u_{ijt}}_{\text{Produktionsmenge in der Teilperiode t}} \geq \underbrace{[T - (t-1)] \, x_j^H}_{\text{Nachfrage in den Teilperioden t bis T}}$$

Da keine Stillstandszeiten als Schlupfvariablen in den Teilperioden zulässig sind, ist es rein zufällig, wenn in der Teilperiode t gerade soviel produziert wird, daß die obige Bedingung streng erfüllt ist. In der Regel wird aber der Lagerbestand der Produktart j zu Beginn der Teilperiode t und die Produktionsmenge von j in der Teilperiode t

1) DINKELBACH [14], S. 69.

die Restnachfrage bis zum Ende des Planungszeitraums übersteigen. Ein Endbestand der Produktart j (j=1,...,J) entsteht dann zwangsläufig.

3) Lagerkosten der im Produktionsprozeß befindlichen Halbfabrikate

W. DINKELBACH errechnet die Lagerkosten der Produktart j in der Teilperiode t, indem er den mittleren Lagerbestand der Fertigfabrikate (2.01.2.3) mit dem Lagerkostensatz $k_j^L$ multipliziert. Bei der Berechnung des mittleren Lagerbestandes läßt W. DINKELBACH die im geschlossenen Produktionsprozeß befindlichen Halbfabrikate unberücksichtigt, wie man aus (2.01.2.2) leicht ersehen kann. U.E. muß aber auch die Kapitalbindung der im Produktionsprozeß befindlichen Halbfabrikate mit berücksichtigt werden, weil diese bei der Entscheidung über ein optimales Produktionsprogramm ebenfalls relevant ist.

4) Relevanz der "allgemeinen Restriktionen"

Nach W. DINKELBACH können zu den o.a. Nebenbedingungen "... noch weitere, nicht näher erklärte Nebenbedingungen hinzukommen, die sich aufgrund der Struktur der jeweiligen Unternehmung ergeben (Rohstoff-, Lagerraum-, Finanz- und andere Bedingungen). Diese Nebenbedingungen mögen in dem Ungleichungssystem

$$\sum_{p=0}^{M} \sum_{n=1}^{N} \alpha_{pnh} \, w_{pn} \leq \beta_h \qquad (h=1,\ldots,H)$$

enthalten sein."[1)]

W. DINKELBACH versucht mit dieser Formulierung, andere beliebige Restriktionen in das Modell einzubeziehen, ohne zu erkennen, daß dies in der von ihm vorgeschlagenen Form nicht möglich ist.

---

1) DINKELBACH [14], S. 61.

Um Kapazitätsrestriktionen kann es sich nicht handeln, da diese implizit in der Annahme konstanter Produktionsmengen in allen Teilperioden (Ann. (5) ) enthalten sind.

Finanzrestriktionen können nicht in der von W. DINKELBACH vorgeschlagenen Form dem Modell hinzugefügt werden, da die Bedingung des finanziellen Gleichgewichts auf zeitpunktbezogenen zukünftigen Zahlungen aufbauen muß.[1] Daraus folgt aber, daß in die Zielfunktion nur Variablen eingesetzt werden dürfen, deren Koeffizienten Ein- oder Auszahlungen darstellen. Das Modell wäre dann so umzuformulieren, daß in keinem Zahlungszeitpunkt ein Auszahlungsüberschuß entsteht. Dem entsprechend müßte die Zielgröße lauten: "Maximiere die Einzahlungsüberschüsse am Ende des Planungszeitraums"[2]. Eine Alternative zu diesem Vorgehen ist der Ansatz von Kapitalbindungskosten anstelle finanzieller Restriktionen.[3] Da W. DINKELBACH diese Kapitalbindungskosten in Form der Lagerkosten bereits in der Zielfunktion erfaßt, ist eine gleichzeitig wirksame Finanzrestriktion überflüssig.

---

1) GUTENBERG [25], S. 272 ff.; KILGER [37], S. 160 f.

2) Vgl. hierzu unsere Ausführungen im Abschnitt 15.

3) Kapitalbindungskosten sind nämlich zu interpretieren als Schätzgröße für die Dualvariable der Finanzrestriktion des Unternehmensmodells.

## 22 Das Modell von ADAM [1]

### 221 Darstellung [2]

Bei der Darstellung des Modells von ADAM weicht der Verfasser an verschiedenen Stellen von der formalen Darstellung D. ADAMs ab, ohne jedoch die Struktur der Zielfunktion und der Nebenbedingungen zu ändern, um den Übergang zu den Modellen des dritten Kapitels zu erleichtern.

D. ADAM legt seinem Modell folgende Annahmen zugrunde:

(1) Die Aktivitäten
   ① Sortenwechsel
   ② Produktion ohne Sortenwechsel (also Weiterführung der Produktion derselben Produktart)
   sind nur zu bestimmten vorgegebenen Zeitpunkten möglich. Stillstandszeiten sind Residualgrößen in den betreffenden Teilperioden.

(2) Die Produktion verläuft während der Produktionszeit kontinuierlich.

(3) Aus Ann.(2) folgt, daß der Planungszeitraum in T $\{\overline{q}\}$ Teilperioden (Intervalle) eingeteilt wird, die gleich lang sind.

(4) Die Nachfrage nach dem Produkt j $\{z\}$ in der Teilperiode t hat zwei Komponenten:
   (a) die in der Teilperiode t auszuliefernde, zum Planungszeitpunkt bereits vorliegende Bestellmenge $\overline{x}^{A}_{jt}$ $\{B_{zt}\}$,
   (b) die Absatzhöchstmenge $x^{H}_{jt}$ $\{V_{zt}\}$ auf dem anonymen Markt in der Teilperiode t, die nicht notwendig abgesetzt werden muß (Fehlmengen sind also zulässig).

---

1) ADAM [2], S. 152 ff.

2) Die Symbolik unserer Modellansätze im dritten Kapitel soll auch hier verwendet werden. Die Kurzzeichen in Klammern {..} entsprechen denen in ADAM [2]. Anmerkungen des Verfassers in Zitaten werden durch eckige Klammern [...] kenntlich gemacht.

Diese Zweiteilung kommt einer Limitierung von Fehlmengen gleich.

(5) Der Produktionsprozeß ist durch Mehrstufenfertigung gekennzeichnet. Die maximale Produktionsmenge der Produktart j in der Stufe s an der Maschine m ist für alle Teilperioden konstant und beträgt in der Teilperiode t

$$\frac{B_{mt}}{b_{jms}} = v^P_{jms} \; [t - (t-1)] \; \{M_{szi}\} \text{ Mengeneinheiten.}$$

$B_{mt}$ ist die Maximalkapazität der Maschine m in der Teilperiode t, gemessen in Zeiteinheiten [ZE]

$b_{jms}$ ist die Produktionszeit (Ausführungszeit) für Produkt j an der Maschine m in der Stufe s.

$v^P_{jms}$ ist die Produktionsgeschwindigkeit des Produktes j an der Maschine m in der Stufe s pro Teilperiode [ME/ZE].

(6) Eine Maschine kann zu ein- und derselben Zeit für nur e i n e Produktart u n d für nur e i n e Produktionsstufe eingesetzt werden.

(7) Zwischenlagerung zwischen aufeinander folgenden Produktionsstufen ist zulässig.

(8) Der Produktionstypus ist durch zwei Merkmale gekennzeichnet:
(a) "... die Teilmengen eines Produktionsauftrages, die in einem Intervall in einer Produktionsstufe fertiggestellt werden, können grundsätzlich im folgenden Intervall in der nächsten Stufe weiterbearbeitet werden."[1)]
(b) Es sei "... eine kontinuierliche Verteilung der Lagerzu- und abgänge innerhalb eines Intervalls unterstellt ..."[2)].

---

1) ADAM [2], S. 152.
2) ADAM [2], S. 157.

Die Zielfunktion des Modells ist Maximierung des Gewinns des Planungszeitraums.

Die einzelnen Komponenten des Gewinns seien im folgenden kurz dargestellt.
Das Mengengerüst der Erlöse der Produktart j setzt sich in der Teilperiode t zusammen aus

- den zu Beginn des Planungszeitraums vorliegenden und auf jeden Fall auszuführenden Bestellmengen $\bar{x}^A_{jt}$ $\{B_{zt}\}$,
- den abzusetzenden Mengen am anonymen Markt $x^A_{jt}$ $\{V_{zt}\ v_{zt}\}$.

Bewertet man diese Mengen mit ihren Preisen $p_j$ $\{p_z\}$ und summiert die Erlöse jeder Teilperiode und Produktart über alle Teilperioden und Produktarten, so ergibt sich als Gesamterlös des Planungszeitraums

$$(2.12.1) \qquad E = \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} p_j \, (\bar{x}^A_{jt} + x^A_{jt})$$

In die Zielfunktion gehen folgende Kosten ein:

(1) Konstante S t ü c k (herstell) k o s t e n je Produktart, Maschine und Produktionsstufe $k^{H*}_{jms}$ $\{k_{szi}\}$. Die variablen Herstellkosten des Planungszeitraums betragen $K^{H*}$. Fallen keine Rüst- und Stillstandszeiten während einer Teilperiode an, so entsprechen sie der mit Herstellkosten bewerteten Periodenkapazität und betragen $K^{H*}_1$. Findet in einer Teilperiode ein Sortenwechsel statt, so sind die variablen Herstellkosten $K^{H*}_1$ um die Kostengutschrift $K^{H*}_2$ zu berichtigen, da während der Umrüstungsarbeiten keine variablen Herstellkosten anfallen. Entsprechend sind die variablen Herstellkosten $K^{H*}_1$ um die Kostengutschrift $K^{H*}_3$ zu berichtigen, wenn in einer Teilperiode Stillstandszeiten auftreten. Die variablen Herstellkosten des Planungszeitraums betragen

$$K^{H*} = K^{H*}_1 + K^{H*}_2 + K^{H*}_3 .$$

Die maximale Ausbringungsmöglichkeit je Produktart, Maschine, Produktionsstufe und Teilperiode ergibt sich bei D. ADAM als Produkt der (in Produktmengeneinheiten gemessenen) Periodenkapazität $\{M_{szi}\}$ und der ganzzahligen Hilfsvariablen $w_{jmst}$ $\{x_{szit}\}$. Wir wollen die in Produktmengeneinheiten gemessene Periodenkapazität $\{M_{szi}\}$ darstellen als Quotient aus der in Zeiteinheiten gemessenen Periodenkapazität $B_{mt}$ und der Stückbearbeitungszeit $b_{jms}$. Wir erhalten dann

$$(2.12.2.1) \quad K_1^{H*} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} \frac{B_{mt}}{b_{jms}} w_{jmst} k_{jms}^{H*}$$

D. ADAM korrigiert die variablen Herstellkosten um die bei Produktionsausfällen zuviel verrechneten (variablen) Herstellkosten. Für den Fall des S o r t e n w e c h s e l s bedient er sich einer ganzzahligen Hilfsvariablen $\{y_{szit}\}$, der nur in Teilperioden mit Sortenwechsel der Wert 1 und sonst der Wert 0 zugeordnet wird. Sie wird multipliziert mit $\{a_{szi}\}$, das den Produktionsausfall einer Produktart und Maschine bei einem Umrüstungsprozeß angibt (gemessen in ME).
Für den Fall des S t i l l s t a n d e s während einer Teilperiode bedient er sich einer nicht ganzzahligen Hilfsvariablen $\{u_{szit}\}$, die die Stillstandszeit als Bruchteil der Zeitdauer einer Teilperiode mißt. Das Produkt $\{u_{szit} M_{szi}\}$ gibt dann den Produktionsausfall der Teilperiode (gemessen in ME) an.
Die in ME ausgedrückten Produktionsausfälle werden mit Herstellkosten bewertet.

Wir wollen abweichend von der Darstellung D. ADAMs die Z e i t e n des Produktionsausfalls mit den Maschinenkostensätzen $d_m$ [DM/ZE] (m=1,...,M) bewerten, ohne die Struktur der Produktionskosten in der Zielfunktion des Modells von D. ADAM zu ändern.

Die Kostengutschrift für die Produktmengen, die während des Umrüstungsvorgangs in einer Teilperiode nicht gefertigt werden können, beträgt je Produktart, Maschine und Produktionsstufe $t^R_{jmst} \cdot d_m \cdot u_{jmst}$.

Dabei stellt $t^R_{jmst}$ die Rüstzeit, $d_m$ den Maschinenkostensatz und $u_{jmst}$ eine binäre Variable dar, der bei D. ADAM die Variable $\{y_{szit}\}$ entspricht.
Für $d_m = k^{H*}_{jms} / b_{jms}$ ist diese Kostengutschrift wieder so strukturiert wie bei D. ADAM.

$$(2.12.2.2) \quad K^*_2 = - \frac{t^R_{jmst}}{b_{jms}} \; k^{H*}_{jms} \; u_{jmst} \; .$$

Die Kostengutschrift für Stillstand während einer Teilperiode beträgt

$$(2.12.2.3) \quad K^*_3 = - \frac{t^S_{jmst}}{b_{jms}} \; k^{H*}_{jms}$$

Die variablen Herstellkosten des Planungszeitraums betragen jetzt

$$(2.12.2.0) \quad K^{H*} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} \left( \frac{B_{mt}}{b_{jms}} w_{jmst} - \frac{t^R_{jmst}}{b_{jms}} u_{jmst} - \frac{t^S_{jmst}}{b_{jms}} \right) k^{H*}_{jms}$$

(2) R ü s t k o s t e n $K^R \{ \sum_{szit} Cr \}$[1)]

Die Rüstkosten je Produktart, Maschine und Produktionsstufe $k^R_{jms}$ $\{Cr_{szi}\}$ sind unabhängig von der Sortenfolge. Die Umrüstungskosten einer Maschine auf einen bestimmten Bearbeitungsgang einer Produktart werden mit der binären Variablen $u_{jmst}$ $\{y_{szit}\}$ versehen, die durch die Restriktionen (2.17.1) bzw. (2.17.2) definiert wird.

---

1) D. ADAM arbeitet in seinem Modell mit von der Sortenfolge unabhängigen Rüstkosten. Vgl. ADAM [2], S. 157

Die gesamten Rüstkosten des Planungszeitraums betragen

$$(2.12.3) \quad K^R = \sum_{j=1}^{J} \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} k^R_{jms} \, u_{jmst}$$

(3) L a g e r k o s t e n $K^L$

Die Lagerkosten des gesamten Produktionsprogramms aller Zwischen- und Fertigprodukte betragen

$$(2.12.4) \quad K^L = \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} x^{L\emptyset}_{jst} \, k^L_{js}$$

Dabei sind $x^{L\emptyset}_{jst}$ $\{DZ_{szt}\}$ die durchschnittlich gelagerten Mengen
und $k^L_{js}$ $\{Cl_{sz}\}$ der Lagerkostensatz

Die durchschnittlichen Lagerbestände einer Teilperiode haben bei D. ADAM für die Absatzläger folgende Form:

$$(2.12.4.1) \quad x^{L\emptyset}_{jSt} = x^L_{jSt} + \frac{1}{2} \Big[ \sum_{m=1}^{M} \Big( \frac{B_{mt}}{b_{jmS}} w_{jmSt} - \frac{t^R_{jmSt}}{b_{jmS}} u_{jmSt} - \frac{t^S_{jmSt}}{b_{jmS}} \Big) - (\bar{x}^A_{jt} + x^A_{jt}) \Big] \quad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Die durchschnittlichen Lagerbestände einer Teilperiode haben für ein Zwischenlager folgende Form:

$$(2.12.4.2) \quad x^{L\emptyset}_{jst} = x^L_{jst} + \frac{1}{2} \Big[ \sum_{m=1}^{M} \Big( \frac{B_{mt}}{b_{jms}} w_{jmst} - \frac{t^R_{jmst}}{b_{jms}} u_{jmst} - \frac{t^S_{jmst}}{b_{jms}} \Big) - \sum_{m=1}^{M} \Big( \frac{B_{mt}}{b_{jm,s+1}} w_{jm,s+1,t} - \frac{t^R_{jm,s+1,t}}{b_{jm,s+1}} u_{jm,s+1,t} - \frac{t^S_{jm,s+1,t}}{b_{jm,s+1}} \Big) \Big]^{1)} \quad \begin{matrix} (j=1,\ldots,J \\ (s=1,\ldots,S-1) \\ (t=1,\ldots,T \end{matrix}$$

Die gesamte Zielfunktion lautet daher wie folgt:

$$(2.12.0)\quad G = E - K^{H*} - K^{R} - K^{L}$$

$$= \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} p_j \left(\bar{x}^{A}_{jt} - x^{A}_{jt}\right)$$

$$- \sum_{j=1}^{J} \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} \left( \frac{B_{mt}}{b_{jms}} w_{jmst} - \frac{t^{R}_{jmst}}{b_{jms}} u_{jmst} - \frac{t^{S}_{jmst}}{b_{jms}} \right) k^{H}_{jms}$$

$$- \sum_{j=1}^{J} \sum_{m=1}^{M} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} k^{R}_{jms}\, u_{jmst}$$

$$- \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} k^{L}_{js}\, x^{L\emptyset}_{jst} \longrightarrow \text{Max!}$$

Sie ist unter folgenden Nebenbedingungen zu maximieren:

(1) Die A l t e r n a t i v b e s c h r ä n k u n g d e r M a s c h i n e n b e l e g u n g gewährleistet, daß eine Maschine in einer Teilperiode für nur e i n e Produktart und für nur e i n e Produktionsstufe eingesetzt wird (vgl. Ann.(6) ) oder während einer Teilperiode stillsteht.

$$(2.13)\quad \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} w_{jmst} \leq 1 \qquad \begin{Bmatrix} m=1,\ldots,M \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$w_{jmst} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{matrix} (j=1,\ldots,J) \\ (m=1,\ldots,M) \\ (s=1,\ldots,S) \\ (t=1,\ldots,T) \end{matrix}$$

---

1) zu Seite 45.
D. ADAM berücksichtigt bei der Berechnung der durchschnittlichen Lagerbestände jeweils für den Lagerabgang in die Folgestufe einen Ausschußfaktor, der in unserer Darstellung aus Vereinfachungsgründen weggelassen wird. ADAM [2], S. 159.

(2) Die Ann. (8) erfordert eine **Absatzbedingung**, die gewährleistet, daß der Bestand an Fertigprodukten zu Beginn der Teilperiode t mindestens dem Lagerabgang dieser Teilperiode entspricht.

$$(2.14) \quad x^{L}_{jSt} \geq \bar{x}^{A}_{jt} + x^{A}_{jt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(3) Gemäß Ann. (4b) dürfen die Absatzmengen am anonymen Markt $x^{A}_{jt}$ bestimmte **Absatzhöchstmengen** nicht überschreiten

$$(2.15) \quad x^{H}_{jt} \geq x^{A}_{jt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Bei D. ADAM ist die Absatzhöchstmengenrestriktion in der multiplikativen Verknüpfung der Absatzhöchstmenge $\{V_{zt}\}$ und der Hilfsvariablen $\{v_{zt} \leq 1\}$ enthalten.[1)]

(4) Der Absatzbedingung entsprechen in den einzelnen Produktionsstufen **Zwischenlagerrestriktionen**, die gewährleisten, daß die Bestände zu Beginn der Teilperiode t mindestens den Abgängen dieser Teilperiode entsprechen.

$$(2.14.2) \quad x^{L}_{jst} \geq \sum_{m=1}^{M} \left( \frac{B_{mt}}{b_{jm,s+1}} w_{jm,s+1,t} - \frac{t^{R}_{jm,s+1,t}}{b_{jm,s+1}} u_{jm,s+1,t} - \frac{t^{S}_{jm,s+1,t}}{b_{jm,s+1}} \right)^{2)} \qquad \begin{pmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

---

1) ADAM [2], S. 160 f.

2) Auch hier sei aus Vereinfachungsgründen der Ausschußfaktor vernachlässigt.

(5) Die Restriktionen für die Stillstandszeiten $t^S_{jmst}$ sind bei D.ADAM so beschaffen, daß $t^S_{jmst}$ nur dann einen positiven Wert annehmen kann, wenn in der Teilperiode t das Produkt j auf der Maschine m in der Stufe s hergestellt wird.

$$t^S_{jmst} \leq B_{mt}\, w_{jmst} - t^R_{jmst}\, u_{jmst} \qquad \begin{matrix}(j=1,\ldots,J)\\(m=1,\ldots,M)\\(s=1,\ldots,S)\\(t=1,\ldots,T)\end{matrix} \tag{2.16}$$

Für den Fall der Weiterproduktion der Produktart j ohne Sortenwechsel nimmt $w_{jmst}$ den Wert 1 und $u_{jmst}$ den Wert 0 an (vgl. (2.17.1) und (2.17.2) ). Die Stillstandszeit $t^S_{jmst}$ kann dann nach D. ADAM jeden Wert zwischen Null und $B_{mt}$ einschließlich der Grenzen annehmen: $0 \leq t^S_{jmst} \leq B_{mt}$.

Für den Fall des Sortenwechsels nach Produktart j nimmt $w_{jmst}$ den Wert 1 und $u_{jmst}$ den Wert 1 an (vgl. (2.17.1) und (2.17.2) ). Die Stillstandszeit kann dann nach D. ADAM jeden Wert zwischen Null und $(B_{mt} - t^R_{jmst})$ einschließlich der Grenzen annehmen:
$0 \leq t^S_{jmst} \leq B_{mt} - t^R_{jmst}$.

Für den Fall der Nichtproduktion von Produktart j nimmt $w_{jmst}$ den Wert 0 und $u_{jmst}$ den Wert 0 an (vgl. (2.17.1) und (2.17.2) ). Nach (2.16) wird $t^S_{jmst}$ gleich Null. Steht eine Maschine während der ganzen Teilperiode still, d.h. gilt $\sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} w_{jmst} = 0$ (2.13), so gewährleistet Bedingung (2.16), daß in dieser Teilperiode weder Herstellkosten noch Kostengutschriften verrechnet werden.

(6) Umrüstungsrestriktionen haben dafür zu sorgen, daß die Variable $u_{jmst}$ $\{y_{szit}\}$ nur in den Teilperioden den Wert 1 annimmt, an deren Beginn ein Sortenwechsel stattfindet. "Intervalle mit einem Sortenwech-

sel sind dadurch gekennzeichnet, daß die Hilfsvariable $x_{szit}$ [$w_{jmst}$] einer bestimmten Sorte, Bearbeitungsstufe und Maschine im Intervall (t-1) den Wert Null erhält, während die entsprechende Variable im Intervall t den Wert eins annimmt."[1)]

$$(2.17.1) \quad w_{jms,t-1} - w_{jmst} + u_{jmst} \geq 0 \qquad \begin{matrix}(j=1,\ldots,J)\\(m=1,\ldots,M)\\(s=1,\ldots,S)\\(t=1,\ldots,T)\end{matrix}$$

Hat die Umrüstungsvariable $u_{jmst}$ in der Zielfunktion ein positives Gewicht, was bei Kostengutschriften infolge umrüstungsbedingter Produktionsausfälle der Fall ist (vgl. (2.12.2.2) ), so muß (2.17.1) durch eine neue Umrüstungsrestriktion (2.17.2) ersetzt werden, weil $u_{jmst}$ sonst den größten für (2.17.1) zulässigen Wert, $\infty$, annehmen würde.

$$(2.17.2) \quad w_{jms,t-1} - w_{jmst} + 2\,u_{jmst} \leq 1 \qquad \begin{matrix}(j=1,\ldots,J)\\(m=1,\ldots,M)\\(s=1,\ldots,S)\\(t=1,\ldots,T)\end{matrix}$$

## 222 Kritik

### 2221 Kritik an den Annahmen

Die Annahme D. ADAMs, die Stillstandszeiten als Residualgrößen in den einzelnen Teilperioden zuläßt, ist weniger einschränkend als die Annahme W. DINKELBACHs, die Stillstandszeiten nur in Höhe der Teilperiodenlänge oder überhaupt nicht zuläßt.

Unter der Annahme des Modells von DINKELBACH, daß die Nachfrage jeder Teilperiode voll befriedigt werden muß, würde der Ansatz von ADAM bei Kostenminimierung, gleichen Teilperiodenlängen und Umweltbedingungen zu besseren Lö-

1) ADAM [2], S. 162.

sungswerten führen als der Ansatz von DINKELBACH. Die Leerzeiten des Planungszeitraums können im Modell von ADAM einmal besser verteilt werden als im Modell von DINKELBACH. Zum andern ist es mit zunehmender Teilperiodenlänge umso wahrscheinlicher, daß die Lösungswerte von W. DINKELBACH aufgrund seiner Annahme (5), die die Produktionsmenge für alle Teilperioden als konstant unterstellt, am Ende des Planungszeitraums Überschußmengen aufweisen.

D. ADAM läßt offen, ob es sich bei seinem Modell um geschlossene oder offene Produktion handelt. Das Merkmal (a) seines Produktionstyps kennzeichnet geschlossene Produktion. Diese Annahme wirkt sich bei D. ADAM aus auf die Absatzbedingung (2.14.1) und die Zwischenlagerrestriktionen (2.14.2). Das Merkmal (b) seines Produktionstyps weist auf offene Produktion hin. Diese Annahme wirkt sich bei D. ADAM aus auf die durchschnittlichen Lagerbestände (2.12.4.1) und (2.12.4.2) und damit auf die Lagerkosten (2.12.4). Der Erklärungsgehalt des Modells von ADAM wäre höher, wenn er sich eindeutig auf einen Produktionstyp[1)] festgelegt hätte.

### 2222 Kritik an der Modellformulierung

In diesem Abschnitt soll die Formulierung des Modells kritisch analysiert werden. Die Kritik befaßt sich mit folgenden Punkten:

(1) In der Zielfunktion (2.12.0) sind keine Variablen explizit für die produzierten Mengen angesetzt. Die produzierte Menge der Produktart j in der Stufe s auf Maschine m während der Teilperiode t ergibt sich als Differenz zwischen der maximalen Ausbringungsmöglichkeit (gemessen

1) Vgl. hierzu unsere Ausführungen im Abschnitt 14.

in ME) und den Produktionsausfällen (gemessen in ME) während der Teilperiode infolge von Umrüsten und Stillstand:

$$x^P_{jmst} = \frac{B_{mt}}{b_{jms}} \cdot w_{jmst} - \frac{t^R_{jmst}}{b_{jms}} \cdot u_{jmst} - \frac{t^S_{jmst}}{b_{jms}}$$

Um negative Produktionsmengen auszuschließen, benötigt D. ADAM eine Restriktion für die Stillstandszeiten

$$(2.16) \quad t^S_{jmst} \leq B_{mt} \cdot w_{jmst} - t^R_{jmst} \cdot u_{jmst}$$

Anstelle der bei D. ADAM eingesparten Kapazitätsrestriktionen treten die Restriktionen für die Stillstandszeiten.

Eine Formulierungsweise, die die Produktionsmengen $x^P_{jmst}$ explizit darstellt und die Restriktion für die Stillstandszeiten in die Kapazitätsrestriktion wie folgt integriert, würde u.E. die komplizierten Zusammenhänge des Produktionsbereichs klarer zum Ausdruck bringen:

$$B_{mt} = x^P_{jmst} \cdot w_{jmst} + t^R_{jmst} \cdot u_{jmst} + t^S_{jmst}$$

(2) Bei der Alternativbeschränkung der Maschinenbelegung (2.13) summiert D. ADAM über alle Produktionsstufen s. Dadurch ist die Zuordnung der Maschinen m zu den einzelnen Produktionsstufen in einer Teilperiode Teil der Lösung. D. ADAMS Vorgehen scheint u.E. nur dann gerechtfertigt zu sein, wenn Mehrzwechmaschinen räumlich zentralisiert sind. Bei räumlicher Dezentralisierung müßten die dann erheblichen Transportzeiten im Ansatz berücksichtigt werden oder der Ansatz müßte dem dezentralisierten Produktionsprozeß Rechnung tragen. Dann wäre es jedoch sinnvoll, den einzelnen Produktionsstufen bestimmte (Spezial-) Maschinen zuzuordnen und stufenweise räumlich zusammenzufassen.

Die Alternativbeschränkung der Maschinenbelegung würde dann wie folgt aussehen:

$$\sum_{j=1}^{J} w_{jm_s st} \leq 1 \qquad \begin{matrix}(m_s=1,\ldots,M_s)\\(s=1,\ldots,S\ )\\(t=1,\ldots,T\ )\end{matrix}$$

$$w_{jm_s st} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{matrix}(m_s=1,\ldots,M_s)\\(s=1,\ldots,S\ )\\(t=1,\ldots,T\ )\end{matrix}$$

(3) Der Beschränkung der Stillstandszeit (2.16) entspricht bei D. ADAM die Definition der nicht ganzzahligen Hilfsvariablen $\{u_{szit}\}$[1].

U.E. darf die Restriktion (2.16) im Falle der Weiterproduktion derselben Produktart j in der Teilperiode t nicht streng erfüllt sein. Die Stillstandszeit $t^S_{jmst}$ kann dann ohne Schwierigkeiten zum Zwecke der Kostengutschrift in die Zielfunktion übernommen werden.

Für den Grenzfall, daß die Maschine m während der ganzen Teilperiode t stillsteht, definiert D. ADAM die Hilfsvariable $w_{jmst} = 0$, wodurch $t^S_{jmst}$ nach (2.16) notwendig den Wert Null annimmt. Die formale Darstellung des Grenzfalles stimmt damit nicht logisch mit der Definition der Stillstandszeit überein.

Der formale Fehler hat jedoch auf die Lösung keinen Einfluß, da für den Grenzfall des Stillstandes während der ganzen Teilperiode aufgrund von (2.16) die Kostenkomponente 'Variable Herstellkosten der Teilperiode' Null wird.

---

1) ADAM [2], S. 161.

Ein weiterer Mangel des Ansatzes von D. ADAM besteht darin, daß die Rüstkosten von der Sortenfolge unabhängig sind. Ein häufig in der betrieblichen Praxis auftretendes Problem der Mehrproduktfertigung wird damit überhaupt nicht in Angriff genommen.

## 23 Das Modell von CH. HAEHLING v. LANZENAUER[1)]

Auf die Darstellung dieses Modells kann hier verzichtet werden, weil es gegenüber den beiden o.a. Modellen sich wesentlich nur durch die Annahme der 'offenen' Produktion unterscheidet.

Im übrigen handelt es sich um ein Modell, das die Herstellkosten gegebener Absatzmengen eines Mehrproduktunternehmens minimiert. Mehrstufigkeit wird in Form der Veredelungsfertigung berücksichtigt.

Die Kritik am Modell von CH. HAEHLING v. LANZENAUER läßt sich kurz wie folgt zusammenfassen:

Die Einführung von zwei Hilfsvariablen zur Kennzeichnung von Umrüstungsintervallen macht den Ansatz unhandlich. Ein entscheidender Mangel dieses Ansatzes besteht darin, daß keine sortenfolgeabhängigen Rüstkosten und Sortenwechselzeiten berücksichtigt werden.

Problematisch ist die Begründung für die Minimallänge der Teilperioden:

"Da es nicht sinnvoll ist, auf einer Stufe mit der Bearbeitung einer Einheit während der Teilperiode m zwar zu beginnen, diese Operation aber nicht abzuschließen,

---

1) HAEHLING v. LANZENAUER [28].

dürfen Teilperioden nicht kürzer sein als das kleinste gemeinsame Vielfache der Fertigungszeit pro Stück auf allen Stufen. Dies garantiert, daß begonnene Operationen am Ende einer Teilperiode nicht abgebrochen werden müssen."[1)]

An einem Beispiel soll gezeigt werden, daß die obige Schlußfolgerung falsch ist.

| Stufe | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Fertigungszeit [Min] | 4 | 5 | 6 |

Für jede Teilperiode, die kleiner als 60 [Min] ist, existieren abgebrochene Operationen am Ende der Teilperiode; aber auch genauso bei jeder Teilperiode, die größer als 60 [Min] ist und die nicht ein ganzzahliges Vielfaches des kleinsten gemeinsamen Vielfachen, d.h. von 60 [Min] darstellt.

## 24 Modellvergleich

Die Modelle von DINKELBACH, HAEHLING v. LANZENAUER und ADAM sollen in einem Modellvergleich auf gemeinsame und unterschiedliche Merkmale untersucht werden. Wir wählen dabei bewußt die Tabellenform, um den Vergleich übersichtlich durchführen zu können. Den o.a. Modellen stellen wir die signifikanten Merkmale unserer Modellansätze gegenüber, was zu einem besseren Verständnis des 3. Kapitels beitragen soll.

Wir haben bereits bei der kritischen Darstellung des Modells von ADAM versucht, durch sinngemäße Umformulierungen den erkenntnistheoretischen Gehalt dieses Modells zu

1) HAEHLING v. LANZENAUER [28], S. 39.

erhöhen.

Das Modell von DINKELBACH bietet mit seiner Formulierungsweise nach unserer Ansicht am ehesten die Möglichkeit, die Probleme der mehrstufigen Fertigung unter Berücksichtigung des Sortenwechselproblems in einen Simultanansatz zur optimalen Lösung des Produktions- und Absatzplanes zu integrieren.

Abschließend wollen wir die wichtigsten Unterschiede zwischen dem Modell von DINKELBACH und dem von ADAM zusammenfassen. W. DINKELBACH geht von gegebener Nachfrage aus und minimiert die relevanten Kosten des Planungszeitraums. Da bei D. ADAM Fehlmengen auftreten dürfen, wird in seinem Modell der Gewinn des Planungszeitraums maximiert. Die Nichtzulässigkeitsbedingung von Fehlmengen bedingt bei W. DINKELBACH genügend große Anfangsbestände an Fertigfabrikaten, da sonst keine zulässigen Lösungen existieren. Während bei W. DINKELBACH Stillstand der Anlage nur für die ganze Teilperiode möglich ist, kann bei D. ADAM eine Maschine auch für Bruchteile der Teilperiodenlänge stillstehen, wodurch eine bessere Verteilung der Leerzeiten des Planungszeitraums auf die einzelnen Teilperioden erfolgt. Die Annahmen über Nachfrage und Stillstand verursachen bei W. DINKELBACH am Ende des Planungszeitraums i.d.R. Überschußmengen, die bei D. ADAM nicht anfallen. Von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten werden allein bei W. DINKELBACH berücksichtigt. Im Gegensatz zur einstufigen Fertigung bei W. DINKELBACH ist das Modell von ADAM durch mehrstufige Veredelungsfertigung gekennzeichnet, wobei die Zuordnung der einzelnen Maschinen zu den verschiedenen Produktionsstufen lösungsabhängig ist; zwischen den einzelnen Produktionsstufen befinden sich Zwischenläger für Halbfabrikate.

| MODELLVERGLEICH | DINKELBACH | HAEHLING von LANZENAUER | ADAM | SCHNEIDERHAN |
|---|---|---|---|---|
| Zielfunktion | K → Min | K → Min | G → Max | G → Max |
| Beschaffung | | | | |
| Anfangsbestände Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe | nein | nein | nein | nein |
| Endbestände Roh-, Hilfs- und Betriebsstoffe | nein | nein | nein | nein |
| Periodeneinteilung | | | | |
| Länge der Teilperioden $\tau$ | Hilfskonstruktion: Mindestlosgröße der Produktart j benötige $\tau_j$ [ZE] | | | Verkürzung der Teilperiodenlänge aufgrund der optimalen Lösung möglich |
| | $\tau = \min_j \tau_j$ | $\tau \geq$ kleinstes gemeinsames Vielfaches der Fertigungszeit auf allen Stufen | beliebig | Beginne mit $\tau = 8$ [Std.] Möglichkeit beliebiger parametrischer Abwandlung |

| MODELLVERGLEICH | DINKELBACH | HAEHLING von LANZENAUER | ADAM | SCHNEIDERHAN |
|---|---|---|---|---|
| Anzahl der Teilperioden T | $T \leq \frac{T^*}{\tau}$<br>Alle Teilperioden gleich lang | beliebig, nach oben begrenzt<br>Alle Teilperioden gleich lang | beliebig<br>Alle Teilperioden gleich lang | $T = \frac{T^*}{8}$<br>Alle Teilperioden gleich lang<br>Erweiterung des Ansatzes durch Schichtzahlvariationen möglich |
| <u>Aktivitäten</u> | | | | |
| Mögliche sich gegenseitig ausschließende Aktivitäten während einer Teilperiode | ① Rüsten und Produzieren<br>② Produzieren<br>③ Stillstand | ① Rüsten und Produzieren<br>② Produzieren<br>③ Stillstand | ① Rüsten und Produzieren<br>② Produzieren<br>③ Stillstand<br>④ Rüsten und Produzieren und Stillstand<br>⑤ Produzieren und Stillstand | ① Rüsten und Produzieren<br>② Produzieren<br>③ Stillstand |

| MODELLVERGLEICH | DINKELBACH | HAEHLING von LANZENAUER | ADAM | SCHNEIDERHAN |
|---|---|---|---|---|
| Vorgegebene Zeitpunkte für den Beginn des Sortenwechsels | ja | ja | ja | ja |
| Vorgegebene Zeitpunkte für den Beginn der Stillstandszeit | ja | ja | ja (Aktivität ③) sonst Residualgröße | ja |
| <u>Produktion</u> | | | | |
| Produktionstyp | geschlossen | offen | unbestimmt | ökonomisch-geschlossen |
| Produktionsweise | kontinuierlich | kontinuierlich | kontinuierlich | kontinuierlich |
| Abgänge vom Fertigfabrikatelager | kontinuierlich | kontinuierlich | kontinuierlich | kontinuierlich |
| (A = Abgang in t) (AB= Anfangsbest. zu Beginn von t) (Z = Zugang in t) | $A \leq AB$ | $A \leq AB + Z$ | $A \leq AB$ | $A \leq AB$ |

| MODELLVERGLEICH | DINKELBACH | HAEHLING von LANZENAUER | ADAM | SCHNEIDERHAN |
|---|---|---|---|---|
| Mehrstufige Fertigung | nein | ja | ja | ja |
| Mehrteilige Produkte | nein | nein | nein | ja |
| Zwischenlager zwischen Produktionsstufen | - | nachgelagert | nachgelagert | nachgelagert |
| Verfahrenswahl-probleme integriert | nein | nein | nein (Nur Zuordnungsproblem bei M homogenen Maschinen in S Produktionsstufen) | nein |
| <u>Relevante Daten 2. Grades</u> | | | | |
| Von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten | ja | nein | nein | ja |

| MODELLVERGLEICH | DINKELBACH | HAEHLING von LANZENAUER | ADAM | SCHNEIDERHAN |
|---|---|---|---|---|
| Berücksichtigung von Lagerkosten | | | | |
| - der im Produktionsprozeß befindlichen Produkte | nein | ja<br>implizit durch Annahme kontinuierlicher Zu- und Abgänge | ja<br>implizit durch Annahme kontinuierlicher Zu- und Abgänge | ja<br>explizit |
| - der gelagerten Halbfabrikate | entfällt | ja | ja | ja |
| - der gelagerten Fertigfabrikate | ja | ja | ja | ja |
| Lagerkostensatz | [DM / ME.ZE] | [DM / ME.ZE] | [DM / ME.ZE] | [DM / ME.ZE] |
| Berücksichtigung von Rüstzeiten | ja<br>explizit | nein | ja<br>explizit | ja<br>explizit |
| Berücksichtigung von Stillstandszeiten | ja<br>implizit | ja<br>implizit | ja<br>explizit | ja<br>implizit |

| MODELLVERGLEICH | DINKELBACH | HAEHLING von LANZENAUER | ADAM | SCHNEIDERHAN |
|---|---|---|---|---|
| Absatz | | | | |
| Absatzmengen | gegeben | gegeben | gegebene Auftragsmengen und Absatzhöchstmengen | Absatzhöchstmengen |
| Fehlmengen | nicht zulässig | nicht zulässig | zulässig | zulässig |
| Absatzgeschwindigkeit | konstant | konstant | konstant | konstant |
| Anfangsbestand an Fertigfabrikaten | notwendig | nein | nein | möglich |
| Endbestand an Fertigfabrikaten | möglich | nein | nein | nein |

# 3 ENTWICKLUNG VON MODELLEN ZUR OPTIMALEN ABSTIMMUNG VON PRODUKTIONS- UND ABSATZMENGEN IN MEHRSTUFIGEN UNTERNEHMEN

## 31 Mehrstufige Veredelungsfertigung [1)]

### 311 Ökonomisch-geschlossene Veredelungsfertigung [2)]

#### 3111 Modellbeschreibung

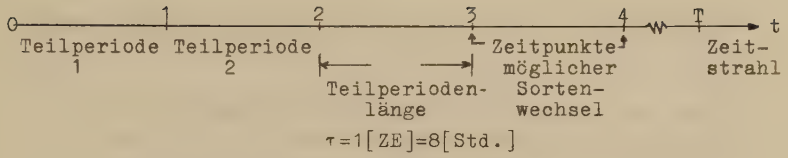
Wir entwickeln im folgenden theoretische Modelle, die das Problem der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen bei gegebenen Kapazitäten, die Bestimmung optimaler Seriengrößen und die Lösung von Seriensequenzproblemen in Mehrproduktunternehmen, und das Problem der optimalen Produktion mehrteiliger Produkte simultan zu lösen vermögen. In der Formulierungsweise knüpfen wir an das im zweiten Kapitel dargestellte Modell von DINKELBACH an.

In jeder Produktionsstufe befindet sich e i n e Maschine, auf der nacheinander verschiedene Produktarten bearbeitet werden. Diese werden mit $j=1,\ldots,J$ bezeichnet. Stillstand der Maschine sei definiert als Bearbeitung der Produktart $j=0$. Zur formalen Darstellung der Kontinuität der Sortenfolge führen wir zusätzlich die beiden Produktartenläufer $h=0,1,\ldots,J$ und $i=0,1,\ldots,J$ ein. Einzelmaterial wird nur beim ersten Arbeitsgang eingesetzt.
Der Planungszeitraum hat die Länge T*[Std.].
Sortenwechsel, Abrüsten oder Produktionsbeginn nach einer Stillstandszeit sind nur zu bestimmten Zeitpunkten möglich. Unter der Annahme einer kontinuierlichen Produktionsmöglichkeit sollen die Zeitpunkte der möglichen Produktionswechsel den Planungszeitraum in gleich lange Teilperioden $t=1,\ldots,T$ einteilen, die zunächst die Länge $\tau=1$ [ZE]=8 [Std.] haben.

---

1) Vgl. hierzu unsere Ausführungen auf Seite 16 f.

2) Unsere Ausführungen gelten analog für die technologisch-geschlossene Veredelungsfertigung vom Typ A.




Wir wollen im folgenden von der Annahme ausgehen, daß nur Rüstzeiten auftreten, die kleiner als eine Teilperiodenlänge $\tau$ sind.
Die Nachfrage nach dem Produkt j ist in jeder Teilperiode bei jeweils konstantem Preis durch eine Absatzhöchstmenge vorgegeben. Der Verkauf der Produkte während jeder Teilperiode verläuft kontinuierlich. Die Produkte sind nicht absatzmäßig verbunden. Fehlmengenkosten seien Null.
Engpässe sind nur bei den Betriebsmittel- und Lagerkapazitäten möglich, alle anderen Produktionsfaktoren sind in ausreichender Menge verfügbar.
Für Zwischenprodukte und Fertigprodukte können Anfangsbestände $x^L_{j0s}$ (s=1,...,S) vorhanden sein.

Die Produktionsmenge einer Teilperiode ist abhängig von ihrer Länge, die bei uns als konstant mit zunächst 1 [ZE] = 8 [Std.] angenommen wurde, und der Aufteilung in Rüst- und Ausführungszeit.

Auf der Maschine jeder Stufe kann zur gleichen Zeit nur e i n e Produktart bearbeitet werden. Diese Bedingung wird durch Einführung der binären Variablen $u_{ijst}$ berücksichtigt. Diese sei wie folgt definiert:

$u_{ijst} = 1$ 1. In der Teilperiode (t-1) wird in Stufe s das Produkt i bearbeitet.
2. In der Teilperiode t wird in Stufe s das Produkt j bearbeitet.

$u_{ijst} = 0$ Wenigstens eine der beiden obigen Aussagen ist nicht erfüllt.

Die Alternativbeschränkung der Aktivitäten[1)] lautet dann

1) Zur Interpretation vgl. Seite 27.

$$\sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} = 1 \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Es muß also eine der sich gegenseitig ausschließenden Aktivitäten in jeder Teilperiode realisiert werden.

Zu den Alternativbeschränkungen müssen noch folgende Kontinuitätsbedingungen der Aktivitäten[1] gehören:

Wenn $u_{ijst} = 1$, dann $\sum_{h=0}^{J} u_{his,t-1} = 1$ $(s=1,\ldots,S)$

bzw. wenn $u_{his,t-1} = 1$, dann $\sum_{j=0}^{J} u_{ijst} = 1$ $(s=1,\ldots,S)$

Da aber auch gilt:

Wenn $u_{ijst} = 1$, dann auch $\sum_{j=0}^{J} u_{ijst} = 1$ $(s=1,\ldots,S)$

und wenn $u_{his,t-1} = 1$, dann auch $\sum_{h=0}^{J} u_{his,t-1} = 1$ $(s=1,\ldots,S)$

lassen sich beide Bedingungen wie folgt zusammenfassen:

$$\sum_{h=0}^{J} u_{his,t-1} = \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} \qquad \begin{matrix} (i=0,1,\ldots,J) \\ (s=\ 1,\ldots,S) \\ (t=\ 2,\ldots,T) \end{matrix}$$

Der Produktionsprozeß jeder Stufe ist kontinuierlich. Die während der Teilperiode t bearbeiteten Produkte $x^{P}_{jst}$ können erst am Ende der Teilperiode t an das Lager oder zur Bearbeitung an die nächste Stufe weitergegeben werden.

Die im Produktionsprozeß der Stufe s während der Teilperiode t zu bearbeitende Menge $x^{P}_{jst}$ wird dieser Stufe bereits zu Beginn der Teilperiode t in vollem Umfang bereitgestellt.

---

1) Zur Interpretation vgl. Seite 28.

## 3112 Formulierung des Planungsansatzes

### 31121 Formulierung der Zielfunktion

Der Unternehmer handle nach dem erwerbswirtschaftlichen Prinzip. Da wir nicht von gegebenen Absatzmengen ausgehen, ist der Gewinn des Planungszeitraums unter Berücksichtigung bestimmter Restriktionen zu maximieren.

Die Kosten der Betriebsbereitschaft sind fix und haben keinen Einfluß auf die Lage des Optimums; sie sollen daher nicht berücksichtigt werden. Die relevanten Komponenten der Zielfunktion sind der Deckungsbeitrag 1. Grades $D^*$, die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten $K^R$ und die Lagerkosten $K^L$.

Die Zielfunktion läßt sich dann so ausdrücken:

(311/01.0) $\quad G = D^* - K^R - K^L \longrightarrow \text{Max!}$

Der Inhalt der einzelnen Komponenten soll jetzt näher untersucht werden:

(1) Der Deckungsbeitrag 1. Grades errechnet sich als Differenz aus Nettoerlösen und relevanten Herstellkosten 1. Grades. Diese enthalten alle relevanten Herstellkosten außer denjenigen, die aufgrund des Seriengrößen- und -sequenzproblems und der daraus resultierenden Halbfabrikatebestände entstehen. Für Produkt j ergibt sich in der Teilperiode t als Nettoerlös $(p_{jt} - k^V_{jt})\, x^A_{jt}$, wobei $k^V_{jt}$ die proportionalen Verwaltungs- und Vertriebskosten ohne Kosten für die Lagerung von Fertigfabrikaten angeben. Summiert über alle Produktarten j und Teilperioden t erhalten wir die Nettoerlöse des Planungszeitraums. Um den Deckungsbeitrag 1. Grades zu erhalten, müssen noch die

proportionalen Herstellkosten 1. Grades des Planungszeitraums abgezogen werden. Die Produktionsmengen jeder Produktart, Stufe und Teilperiode werden mit ihren entsprechenden Herstellkosten 1. Grades bewertet. Summiert über alle Produktarten, Produktionsstufen und Teilperioden erhält man die Herstellkosten 1. Grades des Planungszeitraums. Die proportionalen Herstellkosten 1. Grades der ersten Produktionsstufe $k^{H*}_{j1}\ x^{P}_{j1t}$ enthalten alle in der ersten Stufe anfallenden Materialkosten für das Produkt j in der Teilperiode t, da definitionsgemäß nur in der ersten Stufe Einzelmaterial eingesetzt wird.
Der Deckungsbeitrag 1. Grades des Planungszeitraums beträgt dann

$$(311/01.1)\quad D^{*} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}(p_{jt} - k^{V}_{jt})\,x^{A}_{jt} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{H*}_{js}\,x^{P}_{jst}$$

Die Produktionsmengen $x^{P}_{jst}$ brauchen nicht mit der binären Hilfsvariablen $u_{ijst}$ explizit verknüpft zu werden. Über die Betriebsmittelkapazitätsrestriktion (3.02) wird sichergestellt, daß in jeder Teilperiode und Stufe jeweils nur e i n e Produktart bearbeitet werden kann.

(2) Bei der Berechnung der von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten müssen wir Annahmen über den Zustand der Maschinen am Anfang und am Ende des Planungszeitraums machen.

a) Wenn wir annehmen, daß jede Maschine vor Beginn des Planungszeitraums stillsteht und abgerüstet (d.h. für Produkt 0 gerüstet) ist, fallen in jeder Stufe bei Produktionsbeginn Sortenwechselkosten von Produktart 0 auf j an. Die Sortenwechselkosten der ersten Teilperiode betragen

$$\sum_{j=0}^{J}\sum_{s=1}^{S} k^{R}_{0js}\,u_{0js1}\ .$$

Die Alternativbeschränkung der Aktivitäten (3.06) gewährleistet, daß in der ersten Teilperiode in jeder Stufe jeweils nur eine Produktart bearbeitet wird. Wenn keine Anfangsbestände vorhanden sind, so kann in der ersten Teilperiode nur in der Produktionsstufe 1 gearbeitet werden. Jede Folgestufe muß mindestens so lange warten, bis die Vorstufe die von ihr bearbeiteten Produkte weitergeben kann. Die einzelnen Produktionsstufen s=2,...,S können daher frühestens in der Teilperiode t=s (s=2,...,S) mit der Produktion beginnen.

Gehen wir davon aus, daß Anfangsbestände vorhanden sind, so können in allen Teilperioden und in allen Stufen von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten anfallen. Wird in der Teilperiode t-1 das Produkt i und während der Teilperiode t das Produkt j bearbeitet, dann fallen in der Teilperiode t von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten $k^R_{ijs}$ an, was durch die binäre Variable $u_{ijst}$, die für diesen Fall den Wert 1 annimmt, gewährleistet wird. Die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten betragen im Planungszeitraum

$$\sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=2}^{T} k^R_{ijs} \, u_{ijst} .$$

Unser Planungsmodell kann erst dann als geschlossen angesehen werden, wenn wir den Zustand der Maschinen am Ende des Planungszeitraums wieder in ihren Anfangszustand überführt haben. Wir müssen daher annehmen, daß die Maschinen im Anschluß an den Planungszeitraum stillstehen und abgerüstet sind und deshalb in der letzten Teilperiode (zusätzlich zu den von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten der letzten Teilperiode) Abrüstungskosten verursachen in Höhe von

$$\sum_{i=0}^{J} \sum_{s=1}^{S} k^R_{iOs} \, u_{isT} .$$

Unsere Annahmen über den Zustand der Maschinen am Anfang und Ende des Planungszeitraums sind u.E. nur gerechtfertigt, wenn der Planungszeitraum isoliert betrachtet wird. Gehen wir jedoch davon aus, daß die einzelnen Planungszeiträume kontinuierlich aufeinander folgen, so entsteht bei obiger Betrachtungsweise zwischen zwei aufeinander folgenden Planungszeiträumen immer ein Riß infolge des angenommenen abgerüsteten Maschinenzustands am Anfang und Ende eines Planungszeitraums.

b) Um diesen Riß zu beseitigen gehen wir davon aus, daß jede Maschine vor Beginn des Planungszeitraums (t=0) für ein bestimmtes Produkt i=0,1,...,J gerüstet ist. Dieser Zustand entspricht dem Endzustand des vorangegangenen Planungszeitraums. In jeder Stufe fallen daher bei Produktionsbeginn Sortenwechselkosten von Produktart i auf j an. Die Sortenwechselkosten der ersten Teilperiode betragen

$$\sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} \sum_{s=1}^{S} k^R_{ijs} \, u_{ijs1} \, .$$

Die binäre Variable $u_{ijs1}$ ist wie folgt definiert:

1. Während der Teilperiode 0 (= Teilperiode T des vorangegangenen Planungszeitraums) wurde in Stufe s das Produkt i (i=0,1,...,J) produziert.
2. Während der Teilperiode 1 wird in Stufe s das Produkt j (j=0,1,...,J) produziert.

Von der 2-ten bis zur T-ten Teilperiode fallen in allen Stufen von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten an. Diese betragen zusammen

$$\sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=2}^{T} k^R_{ijs} \, u_{ijst} \, .$$

Die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten des Planungszeitraums betragen insgesamt

(311/01.2) $$K^R = \sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} k^R_{ijs} \, u_{ijst} \, .$$

Der Zustand der Maschinen am Anfang des Planungszeitraums entspricht der konkreten betrieblichen Situation. Der Zustand der Maschinen am Ende des Planungszeitraums ist lösungsabhängig. Auf diese Weise können jetzt die einzelnen Planungszeiträume nahtlos aneinander gesetzt werden. Der Riß infolge der Annahme, daß die Maschinen zu Beginn und am Ende eines Planungszeitraums jeweils abgerüstet seien, ist beseitigt.

(3) Die Lagerkosten setzen sich aus drei Komponenten zusammen:

(31) Bei der Berechnung der Lagerkosten für die im Absatzsatzprozeß befindlichen Mengen wollen wir zwei Alternativen unterscheiden.

Alternative 1 geht davon aus, daß der Absatz während einer Teilperiode t für Produkt j kontinuierlich mit der Absatzgeschwindigkeit $v^A_{jt}$ erfolgt, die während der Teilperiode t konstant ist. Die Absatzgeschwindigkeit $v^A_{jt}$ ist nach oben begrenzt durch die Absatzhöchstgeschwindigkeit $v^H_{jt}$.

$$v^H_{jt} \geq v^A_{jt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Alternative 1 läßt sich graphisch wie folgt darstellen:

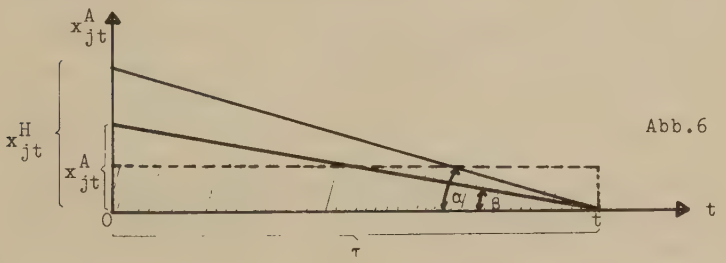



Abb.6

Die Absatzhöchstgeschwindigkeit wird ausgedrückt durch den Tangens des Winkels α

$$v^H_{jt} = tg\ \alpha = x^H_{jt}/\tau$$

Entsprechend beträgt die Absatzgeschwindigkeit

$$v^A_{jt} = tg\ \beta = x^A_{jt}/\tau .$$

Die Absatzmenge des Produktes j in der Teilperiode t beträgt

$$x^A_{jt} = \tau \cdot tg\ \beta = \tau \cdot v^A_{jt} .$$

Infolge des kontinuierlichen Absatzes während einer Teilperiode ist im Durchschnitt die Hälfte der abgesetzten Menge im Betrieb gebunden (vgl. schraffierte Fläche in Abb. 6)

$$x^{A\not\emptyset}_{jt} = (x^A_{jt}/2) \cdot \tau = \frac{x^A_{jt} \cdot x^H_{jt}}{2\, v^H_{jt}} = \frac{(x^A_{jt})^2}{2\, v^A_{jt}} .$$

Wenn wir annehmen, daß die Teilperiodenlänge 1 Zeiteinheit beträgt, also $\tau$=1 [ZE/ZE], gilt

$$x^{A\not\emptyset}_{jt} = x^A_{jt}/2 \text{ [Stück/ZE]}.$$

Wird diese Menge mit dem Lagerkostensatz der letzten Produktionsstufe $k^L_{jS}$ bewertet, so erhalten wir die Lagerhaltungskosten der während der Teilperiode t im Absatzprozeß befindlichen Absatzmengen $x^A_{jt}$. Summiert über alle Produktarten j und Teilperioden t erhalten wir die Lagerkosten der abgesetzten Produkte des Planungszeitraums

(311/01.3.1) $$K^L_1 = \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \frac{k^L_{jS}}{2}\, x^A_{jt} .$$

Alternative 2 geht davon aus, daß der Absatz in einer Teilperiode t für Produkt j mit der Absatzhöchstgeschwindigkeit $v^H_{jt}$ erfolgt. Die Teilperiodenlänge beträgt $\tau$[ZE]. Der Absatz beginnt mit dem Teilperiodenanfang und dauert $\tau_1$[ZE], wobei $\tau_1 \leq \tau$.

Alternative 2 läßt sich graphisch wie folgt darstellen:

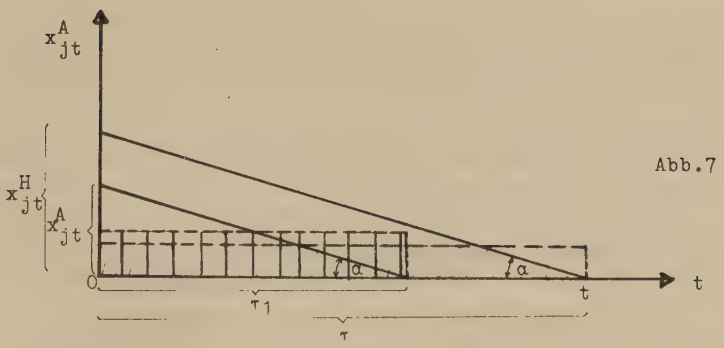



Abb.7

Die Absatzhöchstgeschwindigkeit wird wieder ausgedrückt durch den Tangens des Winkels α

$$v^H_{jt} = tg\ \alpha = x^H_{jt}/\tau = x^A_{jt}/\tau_1 .$$

Die Absatzmenge des Produktes j in der Teilperiode t beträgt $x^A_{jt} = \tau_1 \cdot tg\ \alpha = \tau_1 \cdot v^H_{jt}$.

Infolge des kontinuierlichen Absatzes während $\tau_1$ ist im Durchschnitt während $\tau_1$ die Hälfte der abgesetzten Menge im Betrieb gebunden (vgl. senkrecht schraffierte Fläche in Abb. 7 ).
Da wir alle Variablen auf die Teilperiodenlänge τ beziehen, müssen wir die Menge y errechnen, die im Durchschnitt während der ganzen Teilperiode im Betrieb gebunden ist (vgl. schräg schraffierte Fläche in Abb. 7 ).

$$x^{A\varnothing\tau_1}_{jt} = (x^A_{jt}/2)\ \tau_1$$

$$x^{A\varnothing\tau}_{jt} = y \cdot \tau$$

$$x^{A\varnothing\tau_1}_{jt} = x^{A\varnothing\tau}_{jt}$$

$$y = \frac{x^A_{jt} \cdot \tau_1}{2 \cdot \tau} = \frac{x^A_{jt} \cdot x^A_{jt}}{2\ x^H_{jt}} = \frac{(x^A_{jt})^2}{2\ x^H_{jt}}$$

$$x_{jt}^{A\emptyset\tau} = \frac{(x_{jt}^{A})^2 \cdot \tau}{2\, x_{jt}^{H}} = \frac{(x_{jt}^{A})^2}{2\, v_{jt}^{H}}$$

Wenn wir annehmen, daß die Teilperiodenlänge 1 Zeiteinheit beträgt, also $\tau=1$ [ZE/ZE], gilt

$$x_{jt}^{A\emptyset} = \frac{(x_{jt}^{A})^2}{2\, x_{jt}^{H}} \quad \text{[Stück/ZE]}.$$

Wird diese Menge mit dem Lagerkostensatz der letzten Produktionsstufe bewertet, so erhalten wir die Lagerhaltungskosten der während der Teilperiode t im Absatzprozeß befindlichen Absatzmengen $x_{jt}^{A}$. Summiert über alle Produktarten j und Teilperioden t erhalten wir die Lagerkosten der abgesetzten Produkte des Planungszeitraums

$$(311/01.3.1)^{*}\quad K_1^{L} = \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \frac{k_{js}^{L}}{2\, x_{jt}^{H}} (x_{jt}^{A})^2$$

Da bei Alternative 2 die stetige Variable $x_{jt}^{A}$ in quadratischer Form auftritt, wird die Lösungsmöglichkeit des Modells gegenüber der Alternative 1 erheblich erschwert. Im folgenden soll daher von der Alternative 1 als Annahme über den Absatzprozeß ausgegangen werden.

(3.2) Die Lagerkosten der im Produktionsprozeß befindlichen Mengen lassen sich wie folgt berechnen. Der Produktionsprozeß einer Produktionsstufe hat die Dauer einer Teilperiode $\tau$. Bei geschlossener Produktion entspricht $\tau$ dem Zeitraum, den eine zu bearbeitende Produkteinheit in einer Produktionsstufe verbringt.

Da kontinuierliche Produktion angenommen wurde, soll im Durchschnitt eine Hälfte der Produktionsmenge $x_{jst}^{P}$ mit dem Lagerkostensatz der Vorstufe $k_{j,s-1}^{L}$, die andere Hälfte mit dem Lagerkostensatz der betrachteten Stufe $k_{js}^{L}$ bewertet werden.

Die Kritik an einer derartigen Erfassung der Lagerhaltungskosten der im Produktionsprozeß befindlichen Mengen wird (abgesehen von den im Abschnitt 15 dargelegten Kritikpunkten) sicher bemängeln, daß eine Bestandsentwicklung zugrunde gelegt wird, die nur richtig ist, wenn keine Rüstzeiten auftreten. Im Falle eines Sortenwechsels müsse die von der Sortenfolge abhängige Rüstzeit bei der Bestandsentwicklung berücksichtigt werden, da sonst zuviel Kapitalbindungskosten verrechnet würden.

Solcher Kritik ist entgegenzuhalten, daß die zu berücksichtigende Rüstzeit erst Teil der Lösung ist und daher ex ante nur annähernd berücksichtigt werden könnte. Wenn man außerdem davon ausgeht, daß die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten bei der Ermittlung der Lagerhaltungskosten ex ante nicht oder nur unzureichend berücksichtigt wurden, so wird durch den Fehler über die Annahme der Bestandsentwicklung der Fehler bei der Ermittlung der Kapitalbindungskosten tendenziell verkleinert.

Die Lagerkosten der im Produktionsprozeß befindlichen Mengen betragen im Planungszeitraum

$$(311/01.3.2) \quad K_2^L = \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} \frac{k_{j,s-1}^L + k_{js}^L}{2} \; x_{jst}^P$$

(3.3) Die Lagerkosten der gelagerten Halbfabrikate nach einer Stufe s lassen sich errechnen, indem die Lagermengen $x_{jst}^L$ (s=1,...,S-1) jeweils mit dem zugehörigen Lagerkostensatz $k_{js}^L$ bewertet werden. Endsprechend errechnen sich die Lagerkosten der gelagerten Fertigfabrikate. Die gelagerten Mengen ergeben sich aus ihren Definitionsgleichungen (3.05.1.1) und (3.05.1.2).

Die Lagerkosten der gelagerten Halb- und Fertigfabrikate betragen im Planungszeitraum

$$(311/01.3.3) \quad K_3^L = \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} k_{js}^L \; x_{jst}^L$$

31122 Formulierung der Nebenbedingungen

Der Lösungsbereich soll beschränkt werden durch

(1) Betriebsmittelkapazitäten
(2) Lagerkapazitäten
(3) Absatzhöchstmengen
(4) Definitionsgleichungen der Lagermengen an Halb- und Fertigfabrikaten
(5) Alternativbeschränkungen der Aktivitäten
(6) Kontinuitätsbedingungen der Aktivitäten

(1) Die Betriebsmittelkapazitäten seien während des Planungszeitraums konstant.

Im Falle des Sortenwechsels in einer Teilperiode kann während der Rüstzeit $t^R_{ij}$ nicht an einem Produkt gearbeitet werden. Wird in aufeinander folgenden Teilperioden das gleiche Produkt in einer Stufe bearbeitet (oder steht die Maschine in aufeinander folgenden Teilperioden still), so fallen keine Rüstzeiten (bzw. Abrüstzeiten) an; es gilt dann $t^R_{jjs} = 0$ (j=0,1,...,J). Im Falle des Abrüstens einer Maschine für eine Teilperiode ist für die Abrüstung die Zeit $t^R_{j0s}$ erforderlich. Der Rest der Teilperiode ist dann als Stillstandszeit i.e.S. anzusehen.

Da in einer Teilperiode, in der gerüstet und produziert oder nur produziert wird, Stillstandszeiten nicht zulässig sind, wird die Betriebsmittelkapazität dieser Teilperiode durch Rüst- und Ausführungszeiten oder allein durch Ausführungszeiten voll ausgeschöpft. Die Zeit für Abrüstarbeiten sei definiert als Rüstzeit von Produkt i (i=1,...,J) auf Produkt j=0, $t^R_{i0}$. Die Zeit des Stillstands i.e.S. sei definiert als Ausführungszeit am Produkt j=0. Der Belastungskoeffizient $b_{0s}$ sei 1 [Std./"Stück"], damit die $x^P_{0st}$ in der Lösung unmittelbar als Stillstandszeiten erkannt werden

können. Bei einer Länge der Teilperioden von 8 [Std.]würde ein Lösungswert $x^{P}_{025} = 6{,}5$ aussagen: in der 5. Teilperiode wurde in der 2. Produktionsstufe abgerüstet; die Abrüstarbeiten dauerten 1,5 [Std.], die Stillstandszeit i.e.S. betrug 6,5 [Std.].

Die binäre Variable $u_{ijst}$ als Indikator für die Aktivität in einer Teilperiode muß mit der Ausführungs- und Rüstzeit verknüpft werden.

Im Falle eines Sortenwechsels in einer Teilperiode hat $u_{ijst}$ den Wert 1, wodurch neben der Rüstzeit auch die Ausführungszeit einen positiven Wert annimmt.

Im Falle der Weiterführung der Aktivität der Vorperiode hat $u_{jjst}$ ebenfalls den Wert 1. Da aber $t^{R}_{jjs} = 0$ (j=0,1,..,J) nimmt nur die Ausführungszeit einen positiven Wert an.

Die Restriktionen der Betriebsmittelkapazitäten lassen sich wie folgt formulieren

$$(3.02)\quad B_{st} = \sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} b_{js}\, x^{P}_{jst} + \sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} t^{R}_{ijs}\, u_{ijst} \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Die Matrix der Koeffizienten $b_{js}$ (j=0,1,...,J;s=1,...,S) und die Matrix der Koeffizienten $t^{R}_{ijs}$ (i,j=0,1,...,J; s=1,...,S) sind vorgegeben.

(2) Bei der Formulierung der Lagerkapazitätsrestriktionen sei davon ausgegangen, daß das Zwischenlager s der Produktionsstufe s nachgelagert ist. Die Lagerkapazitäten sind im Planungszeitraum konstant. Die in Lagerraumeinheiten [LE] gemessene Lagerraumkapazität der Stufe s wird in der

Teilperiode t beansprucht durch die in der Stufe s zu irgendeinem Zeitpunkt vor t bearbeiteten und noch nicht zur Weiterbearbeitung gegebenen Mengen $\sum_{j=1}^{J} x^{L}_{jst}$.

Für jedes Produkt errechnet sich die Lagermenge in der Stufe s in der Teilperiode t wie folgt:

Lagermenge der Stufe s in der Teilperiode t-1
\+ Produktionsmenge der Stufe s in der Teilperiode t-1 (Zugang)
\- Produktionsmenge der Stufe s+1 in der Teilperiode t (Abgang)
= Lagermenge der Stufe s in der Teilperiode t

Für Halbfabrikate errechnet sich als Lagermenge

$$x^{L}_{jst} = x^{L}_{js,t-1} + x^{P}_{js,t-1} - x^{P}_{j,s+1,t} \qquad \begin{matrix}(j=1,\ldots,J\\ s=1,\ldots,S-1\\ t=1,\ldots,T)\end{matrix}$$

Für Fertigfabrikate erhalten wir

$$x^{L}_{jSt} = x^{L}_{jS,t-1} + x^{P}_{jS,t-1} - x^{A}_{jt} \qquad \left\{\begin{matrix}j=1,\ldots,J\\ t=1,\ldots,T\end{matrix}\right\}$$

Die Lagermengen werden mit dem Lagerbeanspruchungskoeffizienten $l_{js}$ [LE/Stück] gewichtet. Man erhält dann folgende Lagerkapazitätsrestriktionen

$$(3.03)\quad L_{st} \geq \sum_{j=1}^{J} l_{js}\, x^{L}_{jst} \qquad \left\{\begin{matrix}s=1,\ldots,S\\ t=1,\ldots,T\end{matrix}\right\}$$

Der Lagerraum in Form von Abstellfläche etc. unmittelbar in der Produktion für die in der Stufe s (s=1,...,S) während der Teilperiode t zu bearbeitende Menge $\sum_{j=1}^{J} x^{P}_{jst}\, u_{ijst}$, die in der Stufe s zu Beginn der Teilperiode t in vollem Umfang bereitgestellt wird, sei in keiner Weise beschränkt.

(3) Die Absatzhöchstmengen stellen die Beschränkung auf dem Absatzmarkt dar. Sie sind von der Form

$$x^H_{jt} \geq x^A_{jt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix} \tag{3.04}$$

Die Absatzhöchstmengen sind von der Teilperiodenlänge $\tau$ abhängig und daher bei deren Änderung entsprechend zu korrigieren

$$x^H_{jt} = v^H_{jt} \cdot \tau \qquad \left[ \frac{\text{Stück}}{\text{ZE}} \frac{\text{ZE}}{\text{Teilperiode}} \right]$$

Wenn wir annehmen, daß die Teilperiodenlänge 1 Zeiteinheit beträgt, also $\tau=1$ [ZE/ZE] , so gilt

$$x^H_{jt} = v^H_{jt} \qquad [\text{Stück/ZE}]$$

(4) Zur Formulierung der Definitionsgleichungen der Lagermengen an Halb- und Fertigfabrikaten soll zunächst die Entwicklung der Lagermengen des Produktes j in der Stufe s im Zeitablauf dargestellt werden.
Der Anfangsbestand zu Beginn des Planungszeitraums der Stufe s sei mit $x^L_{js0}$ bezeichnet (s=1,...,S).

Die Lagermenge der Periode t errechnet sich als

$$x^L_{jst} = x^L_{js,t-1} + x^P_{js,t-1} - x^P_{j,s+1,t}$$

Für die einzelnen Teilperioden ergibt sich

$$x^L_{js1} = x^L_{js0} - x^P_{j,s+1,1}$$

$$x^L_{js2} = x^L_{js0} - x^P_{j,s+1,1} + x^P_{js1} - x^P_{j,s+1,2}$$

.
.
.

$$
\begin{aligned}
x^L_{jst} &= x^L_{js0} && && - && x^P_{j,s+1,1} \\
&\quad + && x^P_{js1} && - && x^P_{j,s+1,2} \\
& && \vdots && && \vdots \\
& && x^P_{js,t-1} && - && x^P_{j,s+1,t}
\end{aligned}
$$

$$
x^L_{jst} = x^L_{js0} + \sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{js\tau} - \sum_{\tau=1}^{t} x^P_{j,s+1,\tau}
$$

Für die Halbfabrikate gelten folgende Definitionsgleichungen der Lagermengen:

$$
(3.05.1.1)\quad 0 = - x^L_{js0} + x^P_{j,s+1,1} + x^L_{js1} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \end{Bmatrix}
$$

$$
0 = - x^L_{js0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{js\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^P_{j,s+1,\tau} + x^L_{jst} \qquad \begin{pmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \\ t=2,\ldots,T \end{pmatrix}
$$

Für die Fertigfabrikate gelten folgende Definitionsgleichungen der Lagermengen:

$$
(3.05.2.1)\quad 0 = - x^L_{jS0} + x^A_{j1} + x^L_{jS1} \qquad (j=1,\ldots,J)
$$

$$
0 = - x^L_{jS0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{jS\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^A_{j\tau} + x^L_{jSt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}
$$

(5) Die Alternativbeschränkung der Aktivitäten gewährleistet, daß in der Stufe s in der Teilperiode t nur e i n e Produktart bearbeitet wird oder daß die Maschine in dieser Teilperiode stillsteht. Sie wird jeweils durch folgende drei Bedingungen wirksam

$$(3.06) \qquad \sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} = 1 \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.07) \qquad u_{ijst} \geq 0 \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.08) \qquad u_{ijst} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

(6) Zu diesen Nebenbedingungen (3.06), 3.07) und (3.08) gehören folgende Kontinuitätsbedingungen der Aktivitäten, durch die die Alternativbeschränkungen der Maschinenbelegung und die Sortenfolge miteinander verknüpft werden

$$(3.09) \qquad \sum_{h=0}^{J} u_{his,t-1} = \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} \qquad \begin{pmatrix} i=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=2,\ldots,T \end{pmatrix}$$

Zusammenfassend ergibt sich folgendes Modell 311

$$(311/01) \quad G = \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} (p_{jt} - k^{V}_{jt})\, x^{A}_{jt} - \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} k^{H*}_{js}\, x^{P}_{jst}$$

$$- \sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} k^{R}_{ijs}\, u_{ijst} - \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \frac{k^{L}_{jS}}{2}\, x^{A}_{jt}$$

$$- \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{2} \left[ k^{L}_{j,s-1} + k^{L}_{js} \right] x^{P}_{jst}$$

$$- \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} k^{L}_{js}\, x^{L}_{jst} \longrightarrow \text{Max!}$$

Die Zielfunktion ist zu maximieren unter folgenden Nebenbedingungen:

$$(3.02)\quad B_{st} = \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} b_{js}\, x^{P}_{jst} + \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} t^{R}_{ijs}\, u_{ijst} \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.03)\quad L_{st} \geq \sum_{j=1}^{J} l_{js}\, x^{L}_{jst} \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.04)\quad x^{H}_{jt} \geq x^{A}_{jt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.05.1.1)\quad 0 = -x^{L}_{js0} + x^{P}_{j,s+1,1} + x^{L}_{js1} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \end{Bmatrix}$$

$$0 = -x^{L}_{js0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^{P}_{js\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{P}_{j,s+1,\tau} + x^{L}_{jst} \qquad \begin{pmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \\ t=2,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.05.2.1)\quad 0 = -x^{L}_{jS0} + x^{A}_{j1} + x^{L}_{jS1} \qquad (j=1,\ldots,J)$$

$$0 = -x^{L}_{jS0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^{P}_{jS\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{A}_{j\tau} + x^{L}_{jSt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.06)\quad \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} u_{ijst} = 1 \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.07)\quad u_{ijst} \geq 0 \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.08)\quad u_{ijst} \text{ ganzzahlig} \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.09)\quad \sum_{h=0}^{J} u_{his,t-1} = \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} \qquad \begin{pmatrix} i=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=2,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.10)\quad x^{P}_{jst} \geq 0;\ x^{L}_{jst} \geq 0;\ x^{A}_{jt} \geq 0$$

## 312 Technologisch-geschlossene Veredelungsfertigung

### 3121 Modellbeschreibung

Gegenüber dem Modell 311 wollen wir jetzt die Annahmen über den Produktionstyp ändern. Für das Modell 312 nehmen wir an, daß technologisch-geschlossene Veredelungsfertigung vom Typ B gegeben sei.

Die im Produktionsprozeß der Stufe s während der Teilperiode t zu bearbeitende Menge $x^P_{jst}$ wird dieser Stufe bereits zu Beginn der Teilperiode t in vollem Umfang bereitgestellt. Da wir annehmen, daß in jeder Teilperiode nur eine Charge gefahren werden kann, entspricht $x^P_{jst}$ jeweils der Chargengröße. Die Variable $x^P_{jst}$ werde durch die maximale Chargengröße nicht beschränkt. Die Menge $x^P_{jst}$ erfährt in einem gemeinsamen Arbeitsgang einen kontinuierlichen Wertzuwachs während der Tätigkeitszeit $\tau_{js}$, die kleiner ist als die Teilperiodenlänge $\tau$. Dem kontinuierlichen Wertzuwachs entsprechend steigen die Lagerkosten ebenfalls kontinuierlich während der Tätigkeitszeit $\tau_{js}$. Es wird angenommen, daß die Tätigkeitszeiten $\tau_{js}$ von den zu bearbeitenden Mengen unabhängig sind. Der Ausstoß der Menge $x^P_{jst}$ erfolgt am Ende der Teilperiode t.

Die Entwicklung der Lagerkosten des Produktionsprozesses während der Teilperiode t wird in Abb. 8 dargestellt. Während der gesamten Teilperiode befinden sich $x^P_{jst}$ Produktionsmengeneinheiten in der Stufe s. Die Berechnung der durchschnittlichen Lagerkosten einer Produkteinheit j während der Teilperiode t erfolgt derart, daß die Lagerkosten der Teilperiode gleichmäßig auf die Teilperiodenlänge $\tau$ verteilt werden.

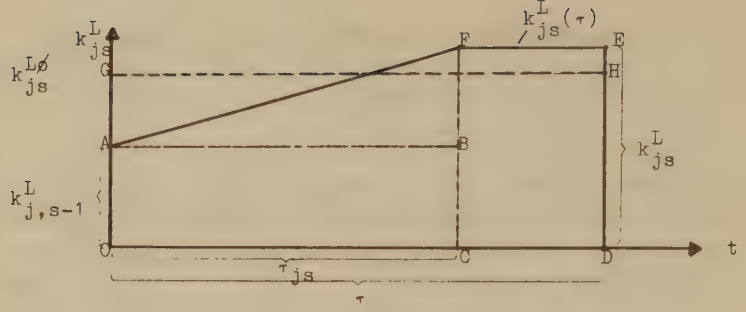



Abb.8 Entwicklung der Lagerkosten des Produktionsprozesses während der Teilperiode t

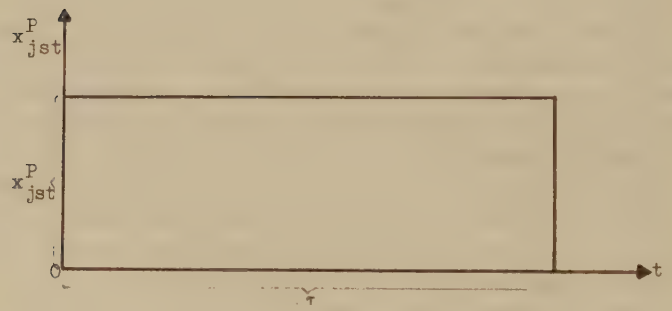



Abb. 9 Produktionsmenge $x^P_{jst}$ während der Teilperiode t in der Stufe s

3122 Formulierung des Planungsansatzes

Die Lagerkosten einer Produkteinheit j in der Stufe s während der Teilperiode t erhalten wir leicht, indem wir die Fläche unter der Lagerkostenfunktion aufspalten in die drei Teilflächen OABC, ABF und CDEF.

$$\int_0^D k^L_{js}(\tau) = \tau_{js}\, k^L_{j,s-1} + \frac{\tau_{js}\,(k^L_{js} - k^L_{j,s-1})}{2} + (\tau - \tau_{js})\, k^L_{js}$$

$$= \tau_{js}\, \frac{k^L_{j,s-1} - k^L_{js}}{2} + \tau\, k^L_{js}$$

Dieser Fläche $\int_0^D k_{js}^L(\tau)$ entspreche die Fläche der Rechtecks OGHD, dessen Ordinatenabschnitt die durchschnittlichen Lagerkosten während der Teilperiode t angibt. Es gilt

$$k_{js}^{L\emptyset} \cdot \tau = \tau_{js} \frac{k_{j,s-1}^L - k_{js}^L}{2} + \tau\, k_{js}^L$$

$$k_{js}^{L\emptyset} = \frac{\tau_{js}\, k_{j,s-1}^L - \tau_{js}\, k_{js}^L + 2\tau\, k_{js}^L}{2\tau}$$

$$= \frac{\tau_{js}\, k_{j,s-1}^L + (2\tau - \tau_{js})\, k_{js}^L}{2\tau}$$

Wenn wir annehmen, daß die Teilperiodenlänge 1 Zeiteinheit beträgt, also $\tau=1$ [ZE/ZE], so gilt

$$k_{js}^{L\emptyset} = \frac{\tau_{js}\, k_{j,s-1}^L + (2-\tau_{js})\, k_{js}^L}{2}$$

Die Lagerkosten der im Produktionsprozeß befindlichen Produktionsmengen der Produktart j in der Stufe s während der Teilperiode t betragen $k_{js}^{L\emptyset}\, x_{jst}^P$. Summiert über alle Produktarten, Stufen und Teilperioden erhalten wir die Lagerkosten der im Produktionsprozeß befindlichen Mengen des Planungszeitraums

$$K_2^L = \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{t=1}^{T} \frac{\tau_{js}\, k_{j,s-1}^L + (2-\tau_{js})\, k_{js}^L}{2}\, x_{jst}^P$$

Für den Grenzfall mit $\tau_{js} = \tau = 1$ [ZE/ZE] erhalten wir die gleichen Lagerkosten wie bei der ökonomisch-geschlossenen Veredelungsfertigung, wie sie in Gleichung (311/01.3.2) dargestellt wurden.

Es ergibt sich folgendes Modell 312

$$(312/01)\quad G = \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}(p_{jt} - k^{V}_{jt})\,x^{A}_{jt} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{H*}_{js}\,x^{P}_{jst}$$

$$- \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{R}_{ijs}\,u_{ijst} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^{L}_{jS}}{2}\,x^{A}_{jt}$$

$$- \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T}\frac{\tau_{js}\,k^{L}_{j,s-1} + (2 - \tau^{1}_{js})\,k^{L}_{js}}{2}\,x^{P}_{jst}$$

$$- \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{L}_{js}\,x^{L}_{js} \longrightarrow \text{Max!}$$

Das Modell 312 ist zu maximieren unter den Nebenbedingungen des Modells 311, auf deren Wiedergabe wir an dieser Stelle verzichten können.

Zu den in der obigen Zielfunktion ausgewiesenen Herstell- bzw. Fertigungskosten $k^{H*}_{js}$ ist noch folgendes zu bemerken. Bei der Technologisch-geschlossenen Veredelungsfertigung treten immer Kostenarten auf, die pro Charge konstant sind und daher in Abhängigkeit von $x^{P}_{jst}$ hyperbolisch fallen. Dieser Tatbestand wurde in der obigen Zielfunktion zwar noch nicht explizit berücksichtigt, dies kann aber leicht in der Weise geschehen, daß die Negativkomponente

$\sum_{i=o}^{J}\sum_{j=0}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} K^{Ch}_{js}\,u_{ijst}$ in die Zielfunktion eingefügt wird. Die Matrix der chargenfixen Kosten $K^{Ch}_{js}$ sei so beschaffen, daß die Koeffizienten $K^{Ch}_{Os} = 0$ $(s=1,\ldots,S)$ sind.

## 313 Offene Veredelungsfertigung

### 3131 Modellbeschreibung

Gegenüber den beiden vorangegangenen Modellen 311 und 312 wollen wir abermals den Produktionstyp ändern. Für das Modell 313 gehen wir von offener Veredelungsfertigung aus.

Da jede Produkteinheit j (j=1,...,J) nach ihrer Bearbeitung in der Stufe s (s=1,...,S) unmittelbar an das der Stufe s nachgelagerte Zwischenlager weitergeleitet wird, und jede in der Stufe s+1 zu bearbeitende Produkteinheit direkt aus dem Zwischenlager s in die Produktion fließt, befindet sich in der Stufe s im Falle der Produktion nur eine Produkteinheit im Produktionsprozeß. Die Lagerkosten dieser Produkteinheit können i.d.R. vernachlässigt werden. Die Kapitalbindung der Halbfabrikate steckt bei offener Veredelungsfertigung in den Lagermengen der Zwischenläger. Die durchschnittliche Lagermenge der Produktart j im Zwischenlager s während der Teilperiode t läßt sich durch die halbe Summe aus Lageranfangs- und -endbestand der Teilperiode ermitteln, da wir von der Annahme ausgehen, daß der Lagerzu- und -abgang kontinuierlich erfolgen. Ein Anfangsbestand des Zwischenlagers s der Produktart j zu Beginn des Planungszeitraums ist möglich ($x^L_{js0}$).

Da jede Produkteinheit j nach ihrer Bearbeitung in der Stufe S unmittelbar ins Fertigfabrikatelager S weitergeleitet wird, und jede abgesetzte Produkteinheit direkt aus dem Fertigfabrikatelager auf den Markt fließt, befindet sich bei jeder Produktart j (j=1,...,J) jeweils nur eine Produkteinheit im Absatzprozeß. Die Lagerhaltungskosten dieser Produkteinheit können i.d.R. vernachlässigt werden. Die durchschnittliche Lagermenge des Fertigfabrikates j während der Teilperiode t läßt sich durch die halbe Summe aus Lageranfangs- und -endbestand der Teilperiode ermit-

teln, da der Lagerzugang und -abgang kontinuierlich erfolgt. Ein Anfangsbestand des Fertigfabrikatelagers der Produktart j zu Beginn des Planungszeitraums ist möglich ($x^L_{jS0}$).

### 3132 Formulierung des Planungsansatzes

Der Bestand $x^L_{js,t-1}$ des Zwischenlagers s der Produktart j zu Beginn der Teilperiode t (am Ende der Teilperiode t-1) ist gleich dem Anfangsbestand zu Beginn des Planungszeitraums $x^L_{js0}$ plus der Differenz der kumulierten Produktionsmenge von j in Stufe s und der kumulierten Produktionsmenge von j in Stufe s+1 bis einschließlich der Teilperiode t-1. Der Bestand $x^L_{jst}$ des Zwischenlagers s der Produktart j am Ende der Teilperiode t ist gleich dem Anfangsbestand zu Beginn des Planungszeitraums $x^L_{js0}$ plus der Differenz der kumulierten Produktionsmenge von j in Stufe s und der kumulierten Produktionsmenge von j in Stufe s+1 bis einschließlich der Teilperiode t.

Für die Zwischenlagermengen $x^L_{jst}$ der Halbfabrikate gelten folgende Definitionsgleichungen der Endbestände der Teilperiode t

$$(3.05.1.2)\quad 0 = -x^L_{js0} - \sum_{\tau=1}^{t} x^P_{js\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^P_{j,s+1,\tau} + x^L_{jst} \qquad \begin{pmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

Die Lagerkosten der Produktart j in der Stufe s während der Teilperiode t betragen

$$\frac{1}{2}\left[x^L_{js,t-1} + x^L_{jst}\right] k^L_{js} \cdot \tau \qquad \begin{pmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

Wenn wir annehmen, daß die Teilperiodenlänge 1 Zeiteinheit beträgt, also $\tau$=1 [ ZE/ZE ], so erhalten wir

$$\frac{1}{2}\left[x^{L}_{js,t-1} + x^{L}_{jst}\right] k^{L}_{js} \qquad \begin{matrix}(j=1,\ldots,J\\ s=1,\ldots,S-1\\ t=1,\ldots,T)\end{matrix}$$

Summiert über alle Produkte, Zwischenläger und Teilperioden erhalten wir die Kosten der Zwischenlagerung des Planungszeitraums

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S-1}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^{L}_{js}}{2}\left[x^{L}_{js,t-1} + x^{L}_{jst}\right]$$

Die Lagerkosten der Fertigfabrikate des Planungszeitraums werden entsprechend ermittelt und betragen

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^{L}_{jS}}{2}\left[x^{L}_{jS,t-1} + x^{L}_{jSt}\right]$$

Die Lagerkosten der Halb- und Fertigfabrikate des Planungszeitraums lassen sich dann in einer Gleichung zusammenfassen

$$K^{L}_{3} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^{L}_{js}}{2}\left[x^{L}_{js,t-1} + x^{L}_{jst}\right]$$

Wir erhalten folgendes Modell 313

$$(313/01)\quad G = \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}\left(p_{jt} - k^{V}_{jt}\right) x^{A}_{jt} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{H^{*}}_{js}\, x^{P}_{jst}$$

$$- \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{R}_{ijs}\, u_{ijst}$$

$$- \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^{L}_{js}}{2}\left[x^{L}_{js,t-1} + x^{L}_{jst}\right] \longrightarrow \text{Max!}$$

unter den Nebenbedingungen

$$(3.02)\quad B_{st} = \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} b_{js}\, x^{P}_{jst} + \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} t^{R}_{ijs}\, u_{ijst} \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.03)\quad L_{st} \geq \sum_{j=1}^{J} l_{js}\, x^{L}_{jst} \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.04)\quad x^{H}_{jt} \geq x^{A}_{jt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.05.1.2)\quad 0 = -x^{L}_{js0} - \sum_{\tau=1}^{t} x^{P}_{js\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{P}_{j,s+1,\tau} + x^{L}_{jst} \qquad \begin{pmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.05.2.2)\quad 0 = -x^{L}_{jS0} - \sum_{\tau=1}^{t} x^{P}_{jS\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{A}_{j\tau} + x^{L}_{jSt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.06)\quad \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} u_{ijst} = 1 \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.07)\quad u_{ijst} \geq 0 \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.08)\quad u_{ijst} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.09)\quad \sum_{h=0}^{J} u_{his,t-1} = \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} \qquad \begin{pmatrix} i=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=2,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.10)\quad x^{P}_{jst} \geq 0;\ x^{L}_{jst} \geq 0;\ x^{A}_{jt} \geq 0$$

## 32 Fertigung mehrteiliger Endprodukte aus Einzelteilen

### 321 Modellbeschreibung

Bisher wurde unterstellt, daß es sich bei den Produktarten j (j=1,...,J) um einteilige Produkte handelt. Jetzt wollen wir dagegen annehmen, daß am Ende eines S-stufigen Produktionsprozesses dem Betrieb j(j=1,...,J) fertige Einzelteile zur Verfügung stehen, die entweder als Einzelteile auf dem Markt verkauft ($x_j^A$) oder durch einen Montagearbeitsgang zu e (e=1,...,E) Endprodukten montiert und am Markt abgesetzt werden ($x_e^A$).

Im übrigen liegen die Annahmen des Modells 311 auch diesem Modell zugrunde. Wir wollen nur von ökonomisch-geschlossener Fertigung ausgehen. Für technologisch-geschlossene Fertigung läßt sich das Modell analog zu Modell 312 und für offene Fertigung analog zu Modell 313 darstellen.

Auf die Fertigungsstufe S folge e i n e Montagestufe S+1. Ein Sortenwechsel bei der Montage, Wechsel auf Stillstand oder Wiederaufnahme der Montagearbeiten nach einer Stillstandszeit ist nur zu Beginn einer Teilperiode möglich. In der Montagestufe kann zu ein und derselben Zeit nur e i n e Endproduktart montiert werden. Eine Stillstandsperiode der Montagestufe soll so interpretiert werden, daß in dieser Teilperiode das Endprodukt e=0 montiert wird.

Auch in der Montagestufe sollen im Falle des Sortenwechsels von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten anfallen.[1] Zur Kennzeichnung eines Sortenwechsels in einer Teilperiode und zur Formulierung der Alternativbeschränkung der Aktivitäten in der Montagestufe wird die binäre Variable $u_{det}$ eingeführt, die wie folgt definiert ist:

1) In der Praxis entfallen bei Montagevorgängen in vielen Fällen Rüstprozesse.

$u_{det} = 1$ 1. In der Teilperiode t-1 ist in Stufe S+1 das Endprodukt d zu montieren.

2. In der Teilperiode t ist in Stufe S+1 das Endprodukt e zu montieren.

$u_{det} = 0$ wenigstens eine der beiden obigen Aussagen ist nicht erfüllt.

Die Alternativbeschränkungen der Aktivitäten der Montagestufe S+1 lauten dann

$$\sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} u_{det} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$$

Zu diesen Nebenbedingungen müssen folgende Bedingungen gehören, die die Sortenfolge in der Montagestufe festlegen:

wenn $u_{det} = 1$, dann $\sum_{c=0}^{E} u_{cd,t-1} = 1$

bzw. wenn $u_{cd,t-1} = 1$, dann $\sum_{e=0}^{E} u_{det} = 1$

Da aber auch gilt:

wenn $u_{det} = 1$, dann auch $\sum_{e=0}^{E} u_{det} = 1$

und wenn $u_{cd,t-1} = 1$, dann auch $\sum_{c=0}^{E} u_{cd,t-1} = 1$ ,

lassen sich die beiden Bedingungen wie folgt zusammenfassen:

$$\sum_{c=0}^{E} u_{cd,t-1} = \sum_{e=0}^{E} u_{det} \qquad \begin{Bmatrix} d=0,1,\ldots,E \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Die Einzelteile j (j=1,...,J) für die in der Stufe S+1 in der Teilperiode t zu montierenden Endprodukte $x^{P}_{et}$ sind der Montagestufe S+1 bereits zu Beginn der Teilperiode t zur Verfügung zu stellen. Die Montagearbeiten verlaufen kontinuierlich. Die fertigen Mengen $x^{P}_{et}$ dürfen jedoch erst am Ende der Teilperiode t zur Lagerung oder zum Verkauf weitergegeben werden.

Die Mengenbeziehungen der Montage zwischen Einzelteilen und Endprodukten seien mit den Koeffizienten $\alpha_{je}$ (j=1,...,J; e=1,...,E) bezeichnet. Diese Input-Output-Koeffizienten haben die Dimension [ME von Einzelteil j/ME von Endprodukt e]

Die Input-Output-Matrix der $\alpha_{je}$ hat folgendes Aussehen:

| Einzelteil von \ Endprodukt in | 1 | 2 | . . . | e | . . . | E |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\alpha_{11}$ | $\alpha_{12}$ | . . . | $\alpha_{1e}$ | . . . | $\alpha_{1E}$ |
| 2 | $\alpha_{21}$ | $\alpha_{22}$ | . . . | $\alpha_{2e}$ | . . . | $\alpha_{2E}$ |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| j | $\alpha_{j1}$ | $\alpha_{j2}$ | . . . | $\alpha_{je}$ | . . . | $\alpha_{jE}$ |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| J | $\alpha_{J1}$ | $\alpha_{J2}$ | | $\alpha_{Je}$ | | $\alpha_{JE}$ |

In das Endprodukt e gehen in den wenigsten Fällen alle Einzelteile j (j=1,...,J) ein. Falls das Einzelteil j nicht in das Endprodukt e eingeht, ist $\alpha_{je}=0$.

## 322 Formulierung des Planungsansatzes

### 3221 Formulierung der Zielfunktion

Wie im Modell 311 soll der Gewinn des Planungzeitraums unter Berücksichtigung bestimmter Nebenbedingungen maximiert werden.

Ausgehend vom Modell 311 wollen wir zunächst die Zielfunktion erweitern, dann die zusätzlich notwendigen Nebenbedingungen formulieren und am Schluß neu zu formulierende Nebenbedingungen an Stelle der entsprechenden alten setzen.

Der Einfachheit halber wollen wir die Zielfunktionskomponenten des Modells 311 mit dem Symbol $G_j$ ausdrücken. Für die durch die Modellerweiterung notwendigen zusätzlichen Komponenten der Zielfunktion soll das Symbol $G_e$ benutzt werden.

Die Zielfunktion des Modells 32 lautet dann

(32/01.0) $\quad G = G_j + G_e \longrightarrow \text{Max!}$

Die Komponenten von $G_j$ sind im Modell 311 beschrieben worden. Auf ihre Darstellung kann an dieser Stelle verzichtet werden.

Wir wollen hier vielmehr die Größe $G_e$ untersuchen, die sich aus folgenden Komponenten zusammensetzt:

(1) Deckungsbeitrag 1. Grades der Endprodukte $D_e^*$
(2) Von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten bei der Montage der Endprodukte $K_e^R$
(3) Lagerkosten der Endprodukte $K_e^L$

(32/01.1) $\quad G_e = D_e^* - K_e^R - K_e^L$

(1) Der Deckungsbeitrag 1. Grades der Endprodukte $D_e^*$ errechnet sich als Differenz zwischen den Nettoerlösen der Endprodukte und den relevanten Herstellkosten 1. Grades der Montagestufe. Diese enthalten alle relevanten Herstellkosten der Montagestufe außer denjenigen, die aufgrund des Seriengrößen- und -sequenzproblems und der daraus resultierenden Halbfabrikatebestände der Montagestufe S + 1 entstehen. Für das Endprodukt e errechnet sich in der Teilperiode t ein Nettoerlös von $(p_{et} - k_{et}^V)\, x_{et}^A$. Die abgesetzte Menge $x_{et}^A$ wird mit den um die proportionalen Vertriebskosten gekürzten Preisen multipliziert. Summiert

über alle Endprodukte und Teilperioden erhält man die Nettoerlöse des Planungszeitraums.

Um den Deckungsbeitrag 1. Grades $D_e^*$ zu erhalten, müssen noch die Herstellkosten 1. Grades der Montagestufe im Planungszeitraum abgezogen werden. Wir erhalten dann:

$$(32/01.2)\quad D_e^* = \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} (p_{et} - k_{et}^V)\, x_{et}^A - \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} k_e^{H^*}\, x_{et}^P$$

Auch hier brauchen die Mengen $x_{et}^P$ nicht mit den binären Variablen $u_{det}$ explizit verknüpft zu werden, da über die zusätzlichen Betriebsmittelrestriktionen (3.11) sichergestellt wird, daß in jeder Teilperiode nur e i n e Endproduktart montiert wird.

(2) Die Annahmen über die Sortenfolge im Zeitablauf, wie sie im Modell 311 gemacht wurden, sollen auch für die Montagestufe zutreffen. Die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten der Montagestufe betragen im Planungszeitraum

$$(32/01.3)\quad K_e^R = \sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} \sum_{t=1}^{T} k_{de}^R\, u_{det}$$

(3) Die Lagerkosten für die Endprodukte setzen sich aus drei Komponenten zusammen:

(31) Die Lagerkosten der im Absatzprozeß befindlichen Endproduktmengen errechnen sich für eine Endproduktart e (e=1,...,E) in einer Teilperiode t als $k_e^L \cdot \frac{1}{2}\, x_{et}^A$. Summiert über alle Endprodukte und Teilperioden erhält man die Lagerkosten der abgesetzten Endprodukte des Planungszeitraums

$$(32/01.4.1)\quad K_{e1}^L = \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} \frac{k_e^L}{2}\, x_{et}^A$$

(3.2) Die Lagerkosten der im Montageprozeß befindlichen Endproduktmengen lassen sich wie folgt berechnen. Zu Beginn der Teilperiode t müssen für die Montage einer Endprodukteinheit $x^P_{et}$ bis zu J Einzelteilarten zur Verfügung stehen. Bei der Bewertung einer Einheit des Einzelteils zum Lagerkostensatz $k^L_{jS}$ und einem Einsatz von $\alpha_{je}$ Einheiten des Einzelteils j zur Montage einer Einheit e stellt $\sum_{j=1}^{J} \alpha_{je}\, k^L_{jS}$ die Lagerkosten dar, die die für die Montage einer Endprodukteinheit e benötigten Einzelteile vor der Montage verursachen.
Nach der Montage verursache die fertige Endprodukteinheit Lagerkosten in Höhe von $k^L_e$.

Da die Montagearbeiten kontinuierlich verlaufen sollen, soll im Durchschnitt eine Hälfte der Menge $x^P_{et}$ mit dem Lagerkostensatz vor Montage und die andere Hälfte mit dem Lagerkostensatz nach Montage bewertet werden.

Die Lagerkosten der im Montageprozeß befindlichen Mengen betragen im Planungszeitraum

$$(32/01.4.2)\quad K^L_{e2} = \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{2} \left[ \sum_{j=1}^{J} \alpha_{je}\, k^L_{jS} + k^L_e \right] x^P_{et}$$

(3.3) Die Lagerkosten der gelagerten Endprodukte betragen im Planungszeitraum

$$(32/01.4.3)\quad K^L_{e3} = \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} k^L_e\, x^L_{et}$$

3222 Formulierung der Nebenbedingungen

Für das Modell 32 gelten genau wie für das Modell 311 die Nebenbedingungen (3.02), (3.03), (3.04), (3.05.1.1), (3.06), (3.07), (3.08), (3.09).

Der Lösungsbereich des Modells 32 wird zusätzlich beschränkt durch

① Betriebsmittelkapazitäten der Montagestufe
② Lagerkapazität des Fertigwarenlagers für Endprodukte
③ Absatzhöchstmengen der Endprodukte
④ Definitionsgleichungen der Lagermengen an Endprodukten
⑤ Alternativbeschränkungen der Endproduktmontage
⑥ Kontinuitätsbedingungen der Endproduktmontage

(1) Die Betriebsmittelkapazität der Montagestufe ist während des Planungszeitraums konstant. Die Restriktion der Betriebsmittelkapazitäten der Montagestufe läßt sich wie folgt formulieren

$$(3.11)\quad B_{S+1,t} = \sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} b_e \, x^P_{et} + \sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} t^R_{de} \, u_{det} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

Die Matrix der Koeffizienten $b_e (e=0,1,\ldots,E)$ und die Matrix der Koeffizienten $t^R_{de}$ $(d,e=0,1,\ldots,E)$ seien vorgegeben. (3.11) ist analog wie (3.02) zu interpretieren.

(2) Das Lager S+1 ist der Montagestufe nachgelagert. Die Lagermengen der Endprodukte beanspruchen die Lagerkapazität mit $l_e$ [LE/Stück]. Die Lagerkapazitätsrestriktion der Montagestufe lautet

$$(3.12)\quad L_{S+1,t} \geq \sum_{e=1}^{E} l_e \, x^L_{et} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

Der Lagerraum für die in der Montagestufe in der Teilperiode t zu montierenden Einzelteile, die der Montagestufe zu Beginn der Teilperiode t in vollem Umfang bereitgestellt werden, sei nicht beschränkt.

(3) Die Absatzhöchstmengenrestriktionen für die Endprodukte sind analog zu (3.04) zu formulieren

$$(3.13)\quad x^{H}_{et} \geq x^{A}_{et} \qquad \begin{Bmatrix} e=1,\ldots,E \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(4) Für die Endprodukte gelten analog zu (3.05.2.1) folgende Definitionsgleichungen der Lagermengen

$$(3.05.3)\quad 0 = -x^{L}_{e0} + x^{A}_{e1} + x^{L}_{e1} \qquad (e=1,\ldots,E)$$

$$0 = -x^{L}_{e0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^{P}_{e\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{A}_{e\tau} + x^{L}_{et} \qquad \begin{Bmatrix} e=1,\ldots,E \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(5) Die Alternativbeschränkung der Endproduktmontage gewährleistet, daß in der Stufe S+1 in der Teilperiode t nur e i n e Endproduktart montiert wird oder daß überhaupt nicht montiert wird. Sie wird jeweils durch folgende drei Bedingungen wirksam

$$(3.14)\quad \sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} u_{det} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.15)\quad u_{det} \geq 0 \qquad \begin{Bmatrix} d,e=0,1,\ldots,E \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.16)\quad u_{det} \text{ ganzzahlig} \qquad \begin{Bmatrix} d,e=0,1,\ldots,E \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(6) Zu diesen Nebenbedingungen (3.14), (3.15) und (3.16) gehören folgende Kontinuitätsbedingungen der Endproduktmontage, durch die die Alternativbeschränkung der Endproduktmontage und die Sortenfolge der Endprodukte miteinander verknüpft werden:

$$(3.17) \qquad \sum_{c=0}^{E} u_{cd,t-1} = \sum_{e=0}^{E} u_{det} \qquad \begin{Bmatrix} d=0,1,\ldots,E \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Die Definitionsgleichungen der Lagermengen (3.05.2.1) können in gleicher Form nicht für die fertigen Einzelteile übernommen werden. Der Lagerabgang beschränkt sich jetzt nicht nur auf die abgesetzten Einzelteile $x^A_{jt}$; es muß auch der Abgang an die Montagestufe berücksichtigt werden. Gehen von einem Einzelteil j $\alpha_{je}$ Einheiten in eine Endprodukteinheit e ein, so beträgt der Abgang von Einzelteil j in die Montagestufe in Teilperiode t $\alpha_{je} \cdot x^P_{et}$ Mengeneinheiten. Aufgrund der Alternativbeschränkung der Endproduktmontage läßt sich für den Abgang von Einzelteil j in die Montagestufe in der Teilperiode t auch schreiben $\sum_{e=1}^{E} \alpha_{je}\, x^P_{et}$.

Die Ermittlung der Lagerbestandsmengen der Einzelteile j (j=1,...,J) in der Teilperiode t soll so erfolgen, daß zu den Lageranfangsbeständen $x^L_{jS0}$ die kumulierten Zugänge $\sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{jS\tau}$ addiert werden und hiervon die kumulierten Abgänge an die Absatzmärkte $\sum_{\tau=1}^{t} x^A_{j\tau}$ und Montagestufe $\sum_{e=1}^{E} \sum_{\tau=1}^{t} \alpha_{je}\, x^P_{e\tau}$ subtrahiert werden (j=1,...,J).

Für die fertigen Einzelteile gelten dann folgende Definitionsgleichungen der Lagermengen:

$$(3.05.2.3) \quad 0 = - x^L_{jS0} + x^A_{j1} + \sum_{e=1}^{E} \alpha_{je}\, x^P_{e1} + x^L_{jS1} \qquad (j=1,\ldots,J)$$

$$0 = - x^L_{jS0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{jS\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^A_{j\tau} + \sum_{e=1}^{E} \sum_{\tau=1}^{t} \alpha_{je}\, x^P_{e\tau} + x^L_{jSt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Zusammenfassend ergibt sich folgendes Modell 32

$$(32/01.0)\quad G = \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}(p_{jt}-k^V_{jt})\,x^A_{jt} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{H^*}_{js}\,x^P_{jst}$$

$$- \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^R_{ijs}\,u_{ijst} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^L_{jS}}{2}\,x^A_{jt}$$

$$- \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{2}\left[k^L_{j,s-1}+k^L_{js}\right]x^P_{jst} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^L_{js}\,x^L_{jst}$$

$$+ \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T}(p_{et}-k^V_{et})\,x^A_{et} - \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T} k^{H^*}_{e}\,x^P_{et}$$

$$- \sum_{d=0}^{E}\sum_{e=0}^{E}\sum_{t=1}^{T} k^R_{de}\,u_{det} - \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^L_{e}}{2}\,x^A_{et}$$

$$- \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{J}\alpha_{je}\,k^L_{jS}+k^L_{e}\right]x^P_{et} - \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T} k^L_{e}\,x^L_{et} \longrightarrow \text{Max!}$$

Die Zielfunktion ist zu maximieren unter den folgenden Nebenbedingungen:

$$(3.02)\quad B_{st} = \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} b_{js}\,x^P_{jst} + \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} t^R_{ijs}\,u_{ijst} \qquad \begin{Bmatrix}s=1,\ldots,S\\ t=1,\ldots,T\end{Bmatrix}$$

$$(3.11)\quad B_{S+1,t} = \sum_{d=0}^{E}\sum_{e=0}^{E} b_e\,x^P_{et} + \sum_{d=0}^{E}\sum_{e=0}^{E} t^R_{de}\,u_{det} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.03)\quad L_{st} \geq \sum_{j=1}^{J} l_{js}\,x^L_{jst} \qquad \begin{Bmatrix}s=1,\ldots,S\\ t=1,\ldots,T\end{Bmatrix}$$

$$(3.12)\quad L_{S+1,t} \geq \sum_{e=1}^{E} l_e \; x^L_{et} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.04)\quad x^H_{jt} \geq x^A_{jt} \qquad \{j=1,\ldots,J;\ t=1,\ldots,T\}$$

$$(3.13)\quad x^H_{et} \geq x^A_{et} \qquad \{e=1,\ldots,E;\ t=1,\ldots,T\}$$

$$(3.05.1.1)\quad 0 = -x^L_{js0} + x^P_{j,s+1,1} + x^L_{js1} \qquad \{j=1,\ldots,J;\ s=1,\ldots,S-1\}$$

$$0 = -x^L_{js0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{js\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^P_{j,s+1,\tau} + x^L_{jst} \qquad (j=1,\ldots,J;\ s=1,\ldots,S-1;\ t=2,\ldots,T)$$

$$(3.05.2.3)\quad 0 = -x^L_{jS0} + x^A_{j1} + \sum_{e=1}^{E} \alpha_{je}\, x^P_{e1} + x^L_{jS1} \qquad (j=1,\ldots,J)$$

$$0 = -x^L_{jS0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{jS\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^A_{j\tau} + \sum_{e=1}^{E} \sum_{\tau=1}^{t} \alpha_{je}\, x^P_{e\tau} + x^L_{jSt} \qquad \{j=1,\ldots,J;\ t=2,\ldots,T\}$$

$$(3.05.3)\quad 0 = -x^L_{e0} + x^A_{e1} + x^L_{e1} \qquad (e=1,\ldots,E)$$

$$0 = -x^L_{e0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{e\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^A_{e\tau} + x^L_{et} \qquad \{e=1,\ldots,E;\ t=2,\ldots,T\}$$

(3.06) $$\sum_{i=0}^{J} \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} = 1 \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(3.07) $$u_{ijst} \geq 0 \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

(3.08) $$u_{ijst} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

(3.09) $$\sum_{h=0}^{J} u_{his,t-1} = \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} \qquad \begin{pmatrix} i=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=2,\ldots,T \end{pmatrix}$$

(3.14) $$\sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} u_{det} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$$

(3.15) $$u_{det} \geq 0 \qquad \begin{Bmatrix} d,e=0,1,\ldots,E \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(3.16) $$u_{det} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{Bmatrix} d,e=0,1,\ldots,E \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

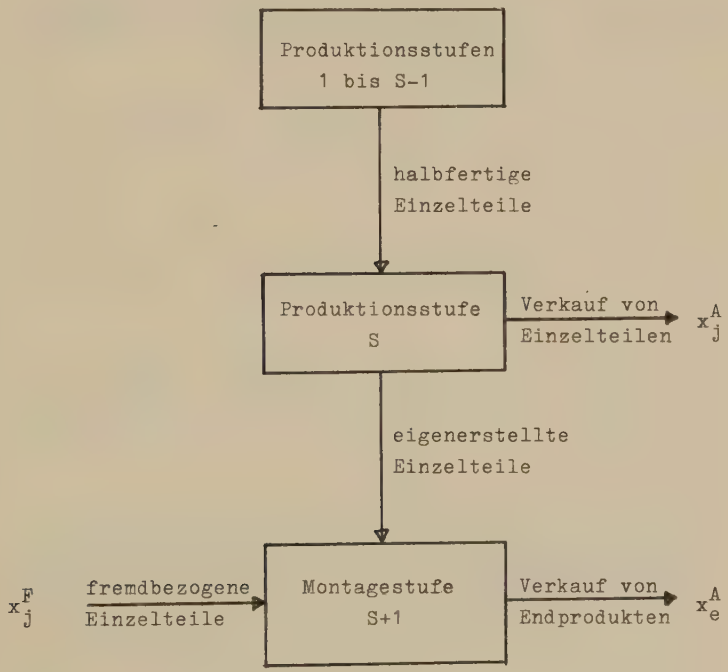
(3.17) $$\sum_{c=0}^{E} u_{cd,t-1} = \sum_{e=0}^{E} u_{det} \qquad \begin{Bmatrix} d=0,1,\ldots,E \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(3.10) $$x^{P}_{jst} \geq 0;\ x^{L}_{jst} \geq 0;\ x^{A}_{jt} \geq 0$$

(3.19) $$x^{P}_{et} > 0;\ x^{L}_{et} \geq 0;\ x^{A}_{et} \geq 0$$

## 323 Erweiterung durch die Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen

Im Modell 32 sind wir davon ausgegangen, daß allein die letzte Produktionsstufe eine Wahlmöglichkeit hinsichtlich der Verwertung ihrer fertigen Einzelteile hat. Wenn wir annehmen, daß fertige Einzelteile auch vom Markt beschafft werden können, so ergibt sich für die Montagestufe die Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen. Die Wahlmöglichkeiten der letzten Produktionsstufe und der Montagestufe lassen sich im Schaubild wie folgt darstellen:



Wenn wir mit $q_{jt}$ die Beschaffungsstückkosten des Einzelteils j in der Teilperiode t bezeichnen und mit $x^F_{jt}$ die fremdbezogene Menge des Einzelteils j in der Teilperiode t, so betragen die gesamten Fremdbezugskosten des Planungszeitraums

$$(32/01.5) \qquad K^F = \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} q_{jt} \cdot x^F_{jt}$$

Diese Fremdbezugskosten schmälern den Gewinn, wie er in Gleichung (32/01.0) dargestellt wurde, dafür entfällt ein Teil der Herstellkosten für eigenerstellte Einzelteile.

Die Lagerkosten der gelagerten Einzelteile und Endprodukte sind jetzt aber davon abhängig, ob es sich um eigenerstellte oder fremdbezogene Einzelteile handelt.

Während sich die Lagerhaltungskosten der gelagerten eigenerstellten Einzelteile leicht von denen der gelagerten fremdbezogenen Einzelteile trennen lassen, ergeben sich bei der Erfassung der Lagerhaltungskosten der Endprodukte erhebliche Schwierigkeiten. Da jede Einzelteileinheit, die in eine Endprodukteinheit eingeht, sowohl eigenerstellt als auch fremdbezogen sein kann, müsste jede Endproduktart e in jeder Teilperiode t in $2^{\sum_{j=1}^{J} \alpha_{je}}$ fiktive Endprodukte aufgespalten werden, wenn die Lagerhaltungskosten bei der Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen theoretisch exakt erfaßt werden sollen.

Wenn in der Zielfunktion (32/01.0) des Modelles 32 für die abgesetzten, produzierten und gelagerten Endprodukte jeweils E·T Variablen enthalten sind, so wären jetzt an deren Stelle jeweils $T \cdot \sum_{e=1}^{E} 2^{\sum_{j=1}^{J} \alpha_{je}}$ Variable zu setzen, die durch entsprechende Restriktionen miteinander verknüpft werden müßten. Eine derartige Aufblähung des Planungsansatzes

scheint uns nicht zweckmäßig zu sein. Wir schlagen daher vor, bei der Berechnung der Kapitalbindungskosten der gelagerten Einzelteile und den Kapitalbindungskosten der Endprodukte so vorzugehen, als seien alle Einzelteile eigenerstellt.

Die Zielfunktion des erweiterten Modells 32 erhält zusätzlich zu (32/01.0) mit negativem Vorzeichen die 'Fremdbezugskosten des Planungszeitraums' $K^F = \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} q_{jt} x_{jt}^F$.

Diese erweiterte Zielfunktion ist unter den Nebenbedingungen des Modells 32 zu maximieren, wobei anstelle der Definitionsgleichungen (3.05.2.3) der gelagerten Einzelteile die Definitionsgleichungen (3.05.2.4) treten, in denen eigenerstellte und fremdbezogene Einzelteile getrennt erfaßt werden. Wenn wir annehmen, daß fremdbezogene Einzelteile immer zu Beginn einer Teilperiode zugehen, erhalten wir folgende Definitionsgleichungen der gelagerten Einzelteile:

(3.05.2.4)
$$0 = - x_{jS0}^L - x_{j1}^F + x_{j1}^A + \sum_{e=1}^{E} \alpha_{je} x_{e1}^P + x_{jS1}^L \qquad (j=1,\ldots,J)$$

$$0 = - x_{jS0}^L - \sum_{\tau=1}^{t-1} x_{jS\tau}^P - \sum_{\tau=1}^{t} x_{j\tau}^F + \sum_{\tau=1}^{t} x_{j\tau}^A + \sum_{e=1}^{E} \sum_{\tau=1}^{t} \alpha_{je} \cdot x_{e\tau}^P + x_{jSt}^L \qquad \{j=1,\ldots,J \atop t=2,\ldots,T\}$$

Wir wollen nochmals darauf hinweisen, daß die exakte Erfassung der Lagerkosten für fremdbezogene Einzelteile nur in o.a. Weise erfolgen kann. Eine ex post - Berichtigung des Zielfunktionswerts um die Lagerkostendifferenz der Fremdbezugsmengen bringt die Lösung dem Optimum nicht näher. Dennoch sind wir der Meinung, daß es in

vielen Fällen günstiger ist, sich mit der Lösung zu begnügen, die die Lagerkostendifferenz infolge des Fremdbezugs vernachlässigt, als den Programmierungs- und Maschinenzeitaufwand bei einer simultanen Berücksichtigung der Lagerkostendifferenz für fremdbezogene Einzelteile in Kauf zu nehmen.

## 33 Fertigung mehrteiliger Endprodukte aus Einzelteilen und Zwischenprodukten (Baugruppen)

### 331 Modellbeschreibung

Am Ende eines S-stufigen Produktionsprozesses sollen dem Betrieb j (j=1,...,J) fertige Einzelteile zur Verfügung stehen.[1)]

Für die fertigen Einzelteile gibt es folgende Verwendungsmöglichkeiten:

(a) Absatz der Einzelteile auf dem Markt ($x_j^A$).
(b) Montage von Einzelteilen zu z (z=1,...,Z) Zwischenprodukten in der Montagestufe S+1.
(c) Einbau von Einzelteilen in e (e=1,...,E) Endprodukte in der Montagestufe S+2.

Für die fertigen Zwischenprodukte gibt es die beiden Verwendungsmöglichkeiten:

(a) Absatz der Zwischenprodukte auf dem Markt ($x_z^A$).
(b) Einbau von Zwischenprodukten in e (e=1,...,E) Endprodukte in der Montagestufe S+2.

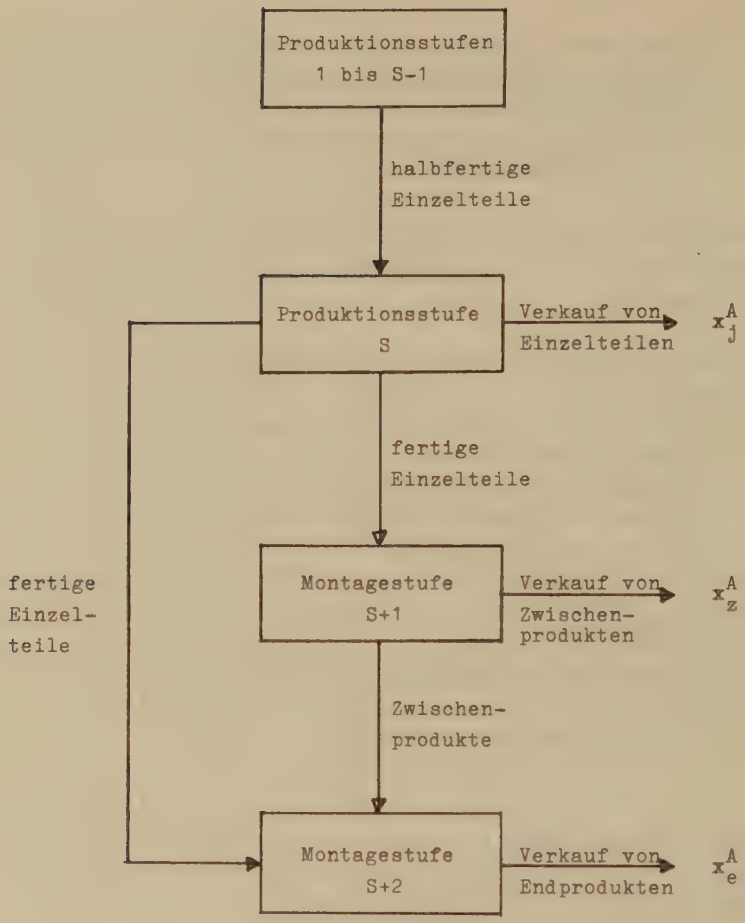
Die Verwendungsmöglichkeiten für Einzelteile, Zwischenprodukte und Endprodukte lassen sich in einem Schaubild wie folgt darstellen (siehe S. 106).

Die Annahmen des Modells 311 über den Produktionsbereich liegen ebenfalls dem Modell 33 zugrunde. Ergänzend dazu wollen wir annehmen:

Die Nachfrage nach dem Einzelteil j ist in jeder Teilperiode durch eine Absatzhöchstmenge vorgegeben. Entspre-

---

1) Vgl. hierzu die Modellbeschreibung des Modells 311.




chendes gilt für das Zwischenprodukt z. Der Absatz der Einzelteile und Zwischenprodukte verläuft kontinuierlich.

Auf die Fertigungsstufe S folgen zwei Montagestufen. Für beide Montagestufen möge gelten, daß ein Sortenwechsel, Wechsel auf Stillstand oder Wiederaufnahme der Montagearbeiten nach einer Stillstandszeit nur zu Beginn einer Teilperiode möglich ist.

In der Stufe S+1 kann gleichzeitig nur e i n Zwischenprodukt aus Einzelteilen montiert werden. In einer Stillstandsperiode der Stufe S+1 soll das Zwischenprodukt z=0 montiert werden. Zur Kennzeichnung eines Sortenwechsels in einer Teilperiode und zur Formulierung der Alternativbeschränkungen der Zwischenproduktmontage werde die binäre Variable $u_{yzt}$ eingeführt, die wie folgt definiert ist:

$u_{yzt} = 1$ 1. In der Teilperiode t-1 ist in Stufe S+1 das Zwischenprodukt y zu montieren.

2. In der Teilperiode t ist in Stufe S+1 das Zwischenprodukt z zu montieren.

$u_{yzt} = 0$ Wenigstens eine der beiden obigen Aussagen ist nicht erfüllt.

Die Alternativbeschränkungen der Zwischenproduktmontage lauten

$$\sum_{y=0}^{Z} \sum_{z=0}^{Z} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$$

Zu diesen Nebenbedingungen müssen folgende Bedingungen gehören, die die Kontinuität der Zwischenproduktfolge gewährleisten:

$$\text{Wenn } u_{yzt} = 1, \text{ dann } \sum_{w=0}^{Z} u_{wy,t-1} = 1$$

$$\text{bzw. wenn } u_{wy,t-1} = 1, \text{ dann } \sum_{z=0}^{Z} u_{yzt} = 1 .$$

Da aber auch gilt:

$$\text{Wenn } u_{yzt} = 1, \text{ dann auch } \sum_{z=0}^{Z} u_{yzt} = 1$$

$$\text{und wenn } u_{wy,t-1} = 1, \text{ dann auch } \sum_{w=0}^{Z} u_{wy,t-1} = 1 ,$$

lassen sich die beiden Bedingungen wie folgt zusammenfassen:

$$\sum_{w=0}^{Z} u_{wy,t-1} = \sum_{z=0}^{Z} u_{yzt} \qquad \begin{Bmatrix} y=0,1,\ldots,Z \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Die Einzelteile j (j=1,...,J) für die in der Stufe S+1 in der Teilperiode t zu montierenden Zwischenprodukte $x^{P}_{zt}$ seien der Montagestufe S+1 bereits zu Beginn der Teilperiode t zur Verfügung zu stellen. Die Montagearbeiten verlaufen kontinuierlich. Die fertigen Zwischenprodukte dürfen jedoch erst am Ende der Teilperiode t zur Lagerung oder zum Verkauf oder zum Einbau in Endprodukte weitergegeben werden.

Die Mengenbeziehungen der Montage zwischen Einzelteilen und Zwischenprodukten seien mit den Koeffizienten $\beta_{jz}$ (j=1,...,J; z=1,...,Z) bezeichnet. Diese Input-Output-Koeffizienten haben die Dimension [ME von Einzelteil j / ME von Zwischenprodukt z] .

Die Input-Output-Matrix der $\beta_{jz}$ hat folgendes Aussehen:

| Einzelteil (von) \ Zwischenprodukt (in) | 1 | 2 | . . . | z | . . . | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\beta_{11}$ | $\beta_{12}$ | . . . | $\beta_{1z}$ | . . . | $\beta_{1Z}$ |
| 2 | $\beta_{21}$ | $\beta_{22}$ | . . . | $\beta_{2z}$ | . . . | $\beta_{2Z}$ |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| j | $\beta_{j1}$ | $\beta_{j2}$ | . . . | $\beta_{jz}$ | . . . | $\beta_{jZ}$ |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| J | $\beta_{J1}$ | $\beta_{J2}$ | . . . | $\beta_{Jz}$ | . . . | $\beta_{JZ}$ |

In das Zwischenprodukt z gehen in den wenigsten Fällen alle Einzelteile j (j=1,...,J) ein. Falls das Einzelteil j nicht in das Zwischenprodukt z eingeht, ist $\beta_{jz} = 0$.

In der Stufe S+2 kann zu ein und derselben Zeit nur e i n Endprodukt aus Einzelteilen und Zwischenprodukten montiert werden. Zur Kennzeichnung eines Sortenwechsels bei der Montage und zur Formulierung der Alternativbeschränkungen der Endproduktmontage werde die binäre Variable $u_{det}$ eingeführt und wie folgt definiert:

$u_{det} = 1$

1. In der Teilperiode t-1 ist in Stufe S+2 das Endprodukt d zu montieren.
2. In der Teilperiode t ist in Stufe S+2 Das Endprodukt e zu montieren.

$u_{det} = 0$

Wenigstens eine der beiden obigen Aussagen ist nicht erfüllt.

Die Alternativbeschränkungen der Endproduktmontage (3.14), (3.15) und (3.16) ändern sich nicht. Ebenfalls unverändert bleiben die Kontinuitätsbedingungen der Endproduktmontage (3.17).

Die Einzelteile j (j=1,...,J) und Zwischenprodukte z (z=1,...,Z) für die in Stufe S+2 in der Teilperiode t zu montierenden Endprodukte $x^P_{et}$ seien der Montagestufe S+2 bereits zu Beginn der Teilperiode t in vollem Umfang zur Verfügung zu stellen. Die Montagearbeiten verlaufen kontinuierlich. Die fertigen Endprodukte dürfen jedoch erst am Ende der Teilperiode t zur Lagerung oder zum Verkauf weitergegeben werden.

Die Mengenbeziehungen der Montage zwischen Einzelteilen und Endprodukten seien mit den Koeffizienten $\alpha_{je}$ (j=1,...,J; e=1,...,E) bezeichnet. Die Input-Output-Matrix der $\alpha_{je}$ entspreche der des Modells 32.

Die Mengenbeziehungen der Montage zwischen Zwischenprodukten und Endprodukten seien mit den Koeffizienten $\gamma_{ze}$ ($z=1,\ldots,Z$; $e=1,\ldots,E$) bezeichnet. Diese Input-Output-Koeffizienten haben die Dimension [ME von Zwischenprodukt z/ ME von Endprodukt e] .

Die Input-Output-Matrix der $\gamma_{ze}$ hat folgendes Aussehen:

| Zwischenprodukt (von) \ Endprodukt (in) | 1 | 2 | . . . | e | . . . | E |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\gamma_{11}$ | $\gamma_{12}$ | . . . | $\gamma_{1e}$ | . . . | $\gamma_{1E}$ |
| 2 | $\gamma_{21}$ | $\gamma_{22}$ | . . . | $\gamma_{2e}$ | . . . | $\gamma_{2E}$ |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| z | $\gamma_{z1}$ | $\gamma_{z2}$ | . . . | $\gamma_{ze}$ | . . . | $\gamma_{zE}$ |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| . | . | . | | . | | . |
| Z | $\gamma_{Z1}$ | $\gamma_{Z2}$ | . . . | $\gamma_{Ze}$ | . . . | $\gamma_{ZE}$ |

In das Endprodukt e gehen in den wenigsten Fällen alle Zwischenprodukte z ($z=1,\ldots,Z$) ein. Falls das Zwischenprodukt z nicht in das Endprodukt e eingeht, ist $\gamma_{ze}=0$.

## 332 Formulierung des Planungsansatzes

### 3321 Formulierung der Zielfunktion

Wie im Modell 311 soll auch hier der Gewinn des Planungszeitraums unter Berücksichtigung bestimmter Nebenbedingungen maximiert werden.

Ausgehend vom Modell 311 soll zunächst die Zielfunktion erweitert werden. Anschließend wollen wir die zusätzlich notwendigen Nebenbedingungen formulieren und die neu zu formulierenden Nebenbedingungen an die Stelle der entsprechenden alten setzen.

Die Zielfunktionsglieder des Modells 311 wollen wir mit dem Symbol $G_j$ zusammenfassen. Die durch die Modellerweiterung zusätzlichen Komponenten der Zielfunktion (33/01.0) seien wie folgt definiert:

$G_z$ sei der zusätzliche Gewinn infolge der Zwischenproduktmontage

$G'_e$ sei der zusätzliche Gewinn infolge der Endproduktmontage.

Die Zielfunktion des neuen Modells 33 lautet

$$(33/01.0) \quad G = G_j + G_z + G'_e$$

Die Komponenten von $G_j$ sind im Modell 311 beschrieben worden.
Die Größe $G_z$ setzt sich aus folgenden Komponenten zusammen:

(1) Deckungsbeitrag 1. Grades der Zwischenprodukte $D^*_z$
(2) Von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten bei der Montage der Zwischenprodukte $K^R_z$
(3) Lagerkosten der Zwischenprodukte $K^L_z$

$$(33/01.1) \quad G_z = D^*_z - K^R_z - K^L_z$$

(1) Der Deckungsbeitrag 1. Grades der Zwischenprodukte $D_z^*$ errechnet sich als Differenz aus den Nettoerlösen der Zwischenprodukte und den relevanten Herstellkosten 1. Grades der Stufe S+1.

Analog zu (32/01.2) errechnet sich der Deckungsbeitrag 1. Grades $D_z^*$

$$(33/01.2)\quad D_z^* = \sum_{z=1}^{Z} \sum_{t=1}^{T} (p_{zt} - k_{zt}^V)\, x_{zt}^A - \sum_{z=1}^{Z} \sum_{t=1}^{T} k_z^{H^*}\, x_{zt}^P$$

(2) Die Annahmen des Modells 311 über die Sortenfolge im Zeitablauf sollen auch für die Montagestufe S+1 zutreffen. Die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten bei der Montage der Zwischenprodukte betragen im Planungszeitraum

$$(33/01.3)\quad K_z^R = \sum_{y=0}^{Z} \sum_{z=0}^{Z} \sum_{t=1}^{T} k_{yz}^R \cdot u_{yzt}.$$

(3) Die Lagerkosten für die Zwischenprodukte setzen sich aus drei Komponenten zusammen:

(31) Die Berechnung der Lagerkosten der im Absatzprozeß befindlichen Zwischenproduktmengen wird wie folgt durchgeführt. Sie errechnen sich für eine Zwischenprodukteinheit z (z=1,...,Z) in einer Teilperiode t als $k_z^L \; ½ \; x_{zt}^A$.

Summiert über alle Zwischenprodukte und Teilperioden erhält man die Lagerkosten der abgesetzten Zwischenprodukte des Planungszeitraums

$$(33/01.4.1)\quad K_{z1}^L = \sum_{z=1}^{Z} \sum_{t=1}^{T} \frac{k_z^L}{2}\, x_{zt}^A \;.$$

(3.2) Bei der Berechnung der Lagerkosten der im Montageprozeß befindlichen Zwischenproduktmengen stellt analog zum Modell 32 $\sum_{j=1}^{J} \beta_{jz} k_{jS}^{L}$ die Lagerkosten dar, die die zur Montage einer Zwischenprodukteinheit z (z=1,...,Z) benötigten Einzelteile vor der Montage verursachen. Nach der Montage sollen die fertigen Zwischenprodukte Lagerkosten in Höhe von $k_z^L$ je Zwischenprodukteinheit verursachen. Da die Montagearbeiten kontinuierlich verlaufen sollen, wird im Durchschnitt eine Hälfte der Menge $x_{zt}^P$ mit dem Lagerkostensatz vor der Montage und die andere Hälfte mit dem Lagerkostensatz nach Montage bewertet.

Die Lagerkosten der Zwischenproduktmontage betragen im Planungszeitraum

$$(33/01.4.2)\quad K_{z2}^{L} = \sum_{z=1}^{Z} \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{2} \left[ \sum_{j=1}^{J} \beta_{jz} k_{jS}^{L} + k_z^L \right] x_{zt}^P$$

(3.3) Die Lagerkosten der gelagerten Zwischenprodukte betragen im Planungszeitraum

$$(33/01.4.3)\quad K_{z3}^{L} = \sum_{z=1}^{Z} \sum_{t=1}^{T} k_z^L x_{zt}^L$$

Die Größe $G_e'$ setzt sich aus folgenden Komponenten zusammen:

(1) Deckungsbeitrag 1. Grades der Endprodukte $D_e^*$
(2) Von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten bei der Montage der Endprodukte $K_e^R$
(3) Lagerkosten der Endprodukte $K_e^L$

$$(33/01.5)\quad G_e' = D_e^* - K_e^R - K_e^L$$

(1) Der Deckungsbeitrag 1. Grades der Endprodukte $D_e^*$ errechnet sich als Differenz aus den Nettoerlösen der Endprodukte und den relevanten Herstellkosten 1. Grades der Stufe S+2.

Analog zu (32/01.2) errechnet sich der Deckungsbeitrag $D_e^*$

$$(33/01.6)\quad D_e^* = \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} (p_{et} - k_{et}^V)\, x_{et}^A - \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} k_e^{H^*}\, x_{et}^P$$

(2) Die Annahmen des Modells 311 über die Sortenfolge sollen auch bei der Montagestufe S+2 beibehalten werden. Die von der Sortenfolge abhängigen Rüstkosten bei der Montage der Endprodukte betragen im Planungszeitraum

$$(33/01.7)\quad K_e^R = \sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} \sum_{t=1}^{T} k_{de}^R\, u_{det}$$

(3) Die Lagerkosten für die Endprodukte setzen sich aus den drei Komponenten zusammen:

(31) Lagerkosten der im Absatzprozeß befindlichen Endproduktmengen. Sie betragen im Planungszeitraum

$$(33/01.8.1)\quad K_{e1}^L = \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} \frac{k_e^L}{2}\, x_{et}^A$$

(32) Lagerkosten der im Montageprozeß befindlichen Endproduktmengen.

Zu Beginn der Teilperiode t sollen für die Montage einer Endprodukteinheit j (j=1,...,J) Einzelteile und z (z=1,...,Z) Zwischenprodukte zur Verfügung stehen. Bei der Bewertung einer Einheit des Einzelteils j zum Lagerkostensatz $k_{jS}^L$

und einer Einheit des Zwischenproduktes z zum Lagerkostensatz $k_z^L$ betragen bei einem Einsatz von $\alpha_{je}$ Einheiten des Einzelteils j und $\gamma_{ze}$ Einheiten des Zwischenproduktes z zur Montage einer Einheit e die Lagerkosten vor der Montage

$$\sum_{j=1}^{J} \alpha_{je} \, k_{jS}^L + \sum_{z=1}^{Z} \gamma_{ze} \, k_z^L .$$

Nach der Montage verursache die fertige Endprodukteinheit Lagerkosten in Höhe von $k_e^L$.
Da die Montagearbeiten kontinuierlich verlaufen sollen, wird im Durchschnitt eine Hälfte der Menge $x_{et}^P$ mit dem Lagerkostensatz vor Montage und die andere Hälfte mit dem Lagerkostensatz nach Montage bewertet.

Die Lagerkosten der Endproduktmontage betragen im Planungszeitraum

$$(33/01.8.2) \quad K_{e2}^L = \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{2} \left[ \sum_{j=1}^{J} \alpha_{je} \, k_{jS}^L + \sum_{z=1}^{Z} \gamma_{ze} \, k_z^L + k_e^L \right] x_{et}^P$$

(33) Lagerkosten der gelagerten Endprodukte. Sie betragen im Planungszeitraum

$$(33/01.8.3) \quad K_{e3}^L = \sum_{e=1}^{E} \sum_{t=1}^{T} k_e^L \, x_{et}^L .$$

3322 Formulierung der Nebenbedingungen

Die Zielfunktion des Modells 33 ist unter den Nebenbedingungen (3.02), (3.03), (3.04), (3.05.1.1), (3.05.3), (3.06), (3.07), (3.08), (3.09), (3.13), (3.14), (3.15), (3.16), (3.17) und den folgenden noch zu formulierenden Nebenbedingungen zu maximieren:

① Betriebsmittelkapazitäten der Montagestufen
② Lagerkapazitäten der Montagestufen
③ Absatzhöchstmengen der Zwischenprodukte
④ Definitionsgleichungen der Lagermengen an Zwischenprodukten
⑤ Alternativbeschränkungen der Zwischenproduktmontage
⑥ Kontinuitätsbedingungen der Zwischenproduktmontage

(1) Die Betriebsmittelkapazitäten der beiden Montagestufen sind jeweils während des Planungszeitraums konstant.

Die Betriebsmittelkapazitätsrestriktion der Montagestufe S+1 lautet

$$(3.20)\quad B_{S+1,t} = \sum_{y=0}^{Z} \sum_{z=0}^{Z} b_z \, x^P_{zt} + \sum_{y=0}^{Z} \sum_{z=0}^{Z} t^R_{yz} \, u_{yzt} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

Die Matrix der Koeffizienten $b_z$ (z=0,1,...,Z) und die Matrix der Koeffizienten $t^R_{yz}$ (y,z=0,1,...,Z) sei vorgegeben. (3.20) ist analog zu (3.02) zu interpretieren.

Die Betriebsmittelkapazitätsrestriktion der Montagestufe S+2 lautet

$$(3.21)\quad B_{S+2,t} = \sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} b_e \, x^P_{et} + \sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} t^R_{de} \, u_{det} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

Die Interpretation von (3.11) trifft in vollem Umfang auf (3.21) zu.

(2) Das Lager S+1 ist der Montagestufe S+1 nachgelagert. Die Lagermengen der Zwischenprodukte beanspruchen die Lagerkapazität mit $l_z$ [LE/Stück]. Die Lagerkapazitätsrestriktion der Montagestufe S+1 lautet

$$(3.22) \quad L_{S+1,t} \geq \sum_{z=1}^{Z} l_z \; x_{zt}^{L} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

Das Lager S+2 ist der Montagestufe S+2 nachgelagert. Die Lagermengen der Endprodukte beanspruchen die Lagerkapazität mit $l_e$ [LE/Stück]. Die Lagerkapazitätsrestriktion der Montagestufe S+2 lautet

$$(3.23) \quad L_{S+2,t} \geq \sum_{e=1}^{E} l_e \; x_{et}^{L} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

Es wird auch hier angenommen, daß der Lagerraum im Form von Abstellfläche in den beiden Montagestufen nicht beschränkt ist.

(3) Die Absatzhöchstmengenrestriktionen für die Zwischenprodukte sind analog zu (3.04) zu formulieren

$$(3.24) \quad x_{zt}^{H} \geq x_{zt}^{A} \qquad \begin{Bmatrix} z=1,\ldots,Z \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(4) Für die Zwischenprodukte gelten analog zu (3.05.2.3) folgende Definitionsgleichungen der Lagermengen

$$(3.05.4) \quad 0 = - x_{z0}^{L} + x_{z1}^{A} + \sum_{e=1}^{E} \gamma_{ze} \; x_{e1}^{P} + x_{z1}^{L} \qquad (z=1,\ldots,Z)$$

$$0 = - x^{L}_{z0} - \sum_{\tau=1}^{t} x^{P}_{z\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{A}_{z\tau}$$

$$+ \sum_{e=1}^{E} \sum_{\tau=1}^{t} \gamma_{ze}\, x^{P}_{e\tau} + x^{L}_{zt} \qquad \begin{Bmatrix} z=1,\ldots,Z \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(5) Die Alternativbeschränkung der Zwischenproduktmontage gewährleistet, daß in der Stufe S+1 in der Teilperiode t nur e i n e Zwischenproduktart montiert wird oder daß überhaupt nicht montiert wird. Sie wird jeweils durch folgende drei Bedingungen wirksam

$$(3.25) \qquad \sum_{y=0}^{Z} \sum_{z=0}^{Z} u_{yzt} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.26) \qquad u_{yzt} \geq 0 \qquad \begin{Bmatrix} y,z=0,1,\ldots,Z \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.27) \qquad u_{yzt} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{Bmatrix} y,z=0,1,\ldots,Z \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(6) Zu den Nebenbedingungen (3.25), (3.26) und (3.27) gehören folgende Kontinuitätsbedingungen der Zwischenproduktmontage, durch die die Alternativbeschränkung der Zwischenproduktmontage und die Sortenfolge der Zwischenprodukte miteinander verknüpft werden:

$$(3.28) \qquad \sum_{w=0}^{Z} u_{wy,t-1} = \sum_{z=0}^{Z} u_{yzt} \qquad \begin{Bmatrix} y=0,1,\ldots,Z \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Die Definitionsgleichungen der Lagermengen (3.05.2.1) können in gleicher Form nicht für die fertigen Einzelteile übernommen werden. Der Lagerabgang besteht neben den abgesetzten Einzelteilen ($x^A_{jt}$) aus dem Abgang an die Zwischenprodukt- und Endproduktmontage. Gehen von dem Einzelteil j $\beta_{jz}$ Einheiten in eine Zwischenprodukteinheit z ein, so beträgt der Abgang von Einzelteil j in die Zwischenproduktmontage in der Teilperiode t $\beta_{jz} \cdot x^P_{zt}$ Mengeneinheiten. Aufgrund der Alternativbeschränkung der Zwischenproduktmontage läßt sich für den Abgang von Einzelteil j in die Zwischenproduktmontage in der Teilperiode t auch schreiben $\sum_{z=1}^{Z} \beta_{jz} \, x^P_{zt}$.

Gehen von dem Einzelteil j $\alpha_{je}$ Einheiten in eine Endprodukteinheit e ein, so beträgt der Abgang von Einzelteil j in die Endproduktmontage in der Teilperiode t $\alpha_{je} \cdot x^P_{et}$ Mengeneinheiten. Aufgrund der Alternativbeschränkung der Endproduktmontage läßt sich für den Abgang von Einzelteil j in die Endproduktmontage in der Teilperiode t auch schreiben $\sum_{e=1}^{E} \alpha_{je} \, x^P_{et}$.

Die Ermittlung der Lagerbestandsmenge des Einzelteils j (j=1,...,J) in der Teilperiode t erfolgt derart, daß zu dem Lageranfangsbestand $x^L_{jSO}$ die bis zur Teilperiode t-1 kumulierten Zugänge $\sum_{\tau=1}^{t-1} x^P_{jS_\tau}$ addiert werden und hiervon die bis zur Teilperiode t kumulierten Abgänge an den Absatzmarkt $\sum_{\tau=1}^{t} x^A_{j\tau}$, an die Zwischenproduktmontage $\sum_{z=1}^{Z} \sum_{\tau=1}^{t} \beta_{jz} \, x^P_{z\tau}$ und an die Endproduktmontage $\sum_{e=1}^{E} \sum_{\tau=1}^{t} \alpha_{je} \, x^P_{e\tau}$ subtrahiert werden.

Für die fertigen Einzelteile gelten dann folgende Definitionsgleichungen der Lagermengen:

$$(3.05.2.5)\quad 0 = -x^{L}_{jS0} + x^{A}_{j1} + \sum_{z=1}^{Z} \beta_{jz}\, x^{P}_{z1} + \sum_{e=1}^{E} \alpha_{je}\, x^{P}_{e1} + x^{L}_{jS1} \qquad (j=1,\ldots,J)$$

$$0 = -x^{L}_{jS0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^{P}_{jS\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{A}_{j\tau} + \sum_{z=1}^{Z} \sum_{\tau=1}^{t} \beta_{jz}\, x^{P}_{z\tau} + \sum_{e=1}^{E} \sum_{\tau=1}^{t} \alpha_{je}\, x^{P}_{e\tau} + x^{L}_{jSt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

Zusammenfassend ergibt sich folgendes Modell 33

$$(33/01.0)\quad G = \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}(p_{jt} - k^{V}_{jt})\,x^{A}_{jt} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{H*}_{js}\,x^{P}_{jst}$$

$$- \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{R}_{ijs}\,u_{ijst} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^{L}_{jS}}{2}\,x^{A}_{jt}$$

$$- \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{2}\left[k^{L}_{j,s-1} + k^{L}_{js}\right]x^{P}_{jst} - \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{t=1}^{T} k^{L}_{js}\,x^{L}_{jst}$$

$$+ \sum_{z=1}^{Z}\sum_{t=1}^{T}(p_{zt} - k^{V}_{zt})\,x^{A}_{zt} - \sum_{z=1}^{Z}\sum_{t=1}^{T} k^{H*}_{z}\,x^{P}_{zt}$$

$$- \sum_{y=0}^{Z}\sum_{z=0}^{Z}\sum_{t=1}^{T} k^{R}_{yz}\,u_{yzt} - \sum_{z=1}^{Z}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^{L}_{z}}{2}\,x^{A}_{zt}$$

$$- \sum_{z=1}^{Z}\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{J}\beta_{jz}\,k^{L}_{jS} + k^{L}_{z}\right]x^{P}_{zt} - \sum_{z=1}^{Z}\sum_{t=1}^{T} k^{L}_{z}\,x^{L}_{zt}$$

$$+ \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T}(p_{et} - k^{V}_{et})\,x^{A}_{et} - \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T} k^{H*}_{e}\,x^{P}_{et}$$

$$- \sum_{d=0}^{E}\sum_{e=0}^{E}\sum_{t=1}^{T} k^{R}_{de}\,u_{det} - \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T}\frac{k^{L}_{e}}{2}\,x^{A}_{et}$$

$$- \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{J}\alpha_{je}\,k^{L}_{jS} + \sum_{z=1}^{Z}\gamma_{ze}\,k^{L}_{z} + k^{L}_{e}\right]x^{P}_{et}$$

$$- \sum_{e=1}^{E}\sum_{t=1}^{T} k^{L}_{e}\,x^{L}_{et} \longrightarrow \text{Max!}$$

Die Zielfunktion ist zu maximieren unter folgenden Nebenbedingungen:

$$(3.02)\quad B_{st} = \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} b_{js}\, x^{P}_{jst} + \sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} t^{R}_{ijs}\, u_{ijst} \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.20)\quad B_{S+1,t} = \sum_{y=0}^{Z}\sum_{z=0}^{Z} b_{z}\, x^{P}_{zt} + \sum_{y=0}^{Z}\sum_{z=0}^{Z} t^{R}_{yz}\, u_{yzt} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.21)\quad B_{S+2,t} = \sum_{d=0}^{E}\sum_{e=0}^{E} b_{e}\, x^{P}_{et} + \sum_{d=0}^{E}\sum_{e=0}^{E} t^{R}_{de}\, u_{det} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.03)\quad L_{st} \geq \sum_{j=1}^{J} l_{js}\, x^{L}_{jst} \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.22)\quad L_{S+1,t} \geq \sum_{z=1}^{Z} l_{z}\, x^{L}_{zt} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.23)\quad L_{S+2,t} \geq \sum_{e=1}^{E} l_{e}\, x^{L}_{et} \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.04)\quad x^{H}_{jt} \geq x^{A}_{jt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.24)\quad x^{H}_{zt} \geq x^{A}_{zt} \qquad \begin{Bmatrix} z=1,\ldots,Z \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.13)\quad x^{H}_{et} \geq x^{A}_{et} \qquad \begin{Bmatrix} e=1,\ldots,E \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

$$(3.05.1.1)\quad 0 = -x^{L}_{js0} + x^{P}_{j,s+1,1} + x^{L}_{js1} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \end{Bmatrix}$$

$$0 = -x^{L}_{js0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^{P}_{js\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{P}_{j,s+1,\tau} + x^{L}_{jst} \qquad \begin{pmatrix} j=1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S-1 \\ t=2,\ldots,T \end{pmatrix}$$

(3.05.2.5) $$0 = -x^{L}_{jS0} + x^{A}_{j1} + \sum_{z=1}^{Z} \beta_{jz}\, x^{P}_{z1} + \sum_{e=1}^{E} \alpha_{je}\, x^{P}_{e1} + x^{L}_{jS1} \qquad (j=1,\ldots,J)$$

$$0 = -x^{L}_{jS0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^{P}_{jS\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{A}_{j\tau} + \sum_{z=1}^{Z}\sum_{\tau=1}^{t} \beta_{jz}\, x^{P}_{z\tau} + \sum_{e=1}^{E}\sum_{\tau=1}^{t} \alpha_{je}\, x^{P}_{e\tau} + x^{L}_{jSt} \qquad \begin{Bmatrix} j=1,\ldots,J \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(3.05.4) $$0 = -x^{L}_{z0} + x^{A}_{z1} + \sum_{e=1}^{E} \gamma_{ze}\, x^{P}_{e1} + x^{L}_{z1} \qquad (z=1,\ldots,Z)$$

$$0 = -x^{L}_{z0} - \sum_{\tau=1}^{t} x^{P}_{z\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{A}_{z\tau} + \sum_{e=1}^{E}\sum_{\tau=1}^{t} \gamma_{ze}\, x^{P}_{e\tau} + x^{L}_{zt} \qquad \begin{Bmatrix} z=1,\ldots,Z \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(3.05.3) $$0 = -x^{L}_{e0} + x^{A}_{e1} + x^{L}_{e1} \qquad (e=1,\ldots,E)$$

$$0 = -x^{L}_{e0} - \sum_{\tau=1}^{t-1} x^{P}_{e\tau} + \sum_{\tau=1}^{t} x^{A}_{e\tau} + x^{L}_{et} \qquad \begin{Bmatrix} e=1,\ldots,E \\ t=2,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(3.06) $$\sum_{i=0}^{J}\sum_{j=0}^{J} u_{ijst} = 1 \qquad \begin{Bmatrix} s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{Bmatrix}$$

(3.07) $$u_{ijst} \geq 0 \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

(3.08) $$u_{ijst} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{pmatrix} i,j=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=1,\ldots,T \end{pmatrix}$$

$$(3.09) \quad \sum_{h=0}^{J} u_{his,t-1} = \sum_{j=0}^{J} u_{ijst} \qquad \begin{matrix} i=0,1,\ldots,J \\ s=1,\ldots,S \\ t=2,\ldots,T \end{matrix}$$

$$(3.25) \quad \sum_{y=0}^{Z} \sum_{z=0}^{Z} u_{yzt} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$$

$$(3.26) \quad u_{yzt} \geq 0 \qquad \begin{matrix} y,z=0,1,\ldots,Z \\ t=1,\ldots,T \end{matrix}$$

$$(3.27) \quad u_{yzt} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{matrix} y,z=0,1,\ldots,Z \\ t=1,\ldots,T \end{matrix}$$

$$(3.28) \quad \sum_{w=0}^{Z} u_{wy,t-1} = \sum_{z=0}^{Z} u_{yzt} \qquad \begin{matrix} y=0,1,\ldots,Z \\ t=2,\ldots,T \end{matrix}$$

$$(3.14) \quad \sum_{d=0}^{E} \sum_{e=0}^{E} u_{det} = 1 \qquad (t=1,\ldots,T)$$

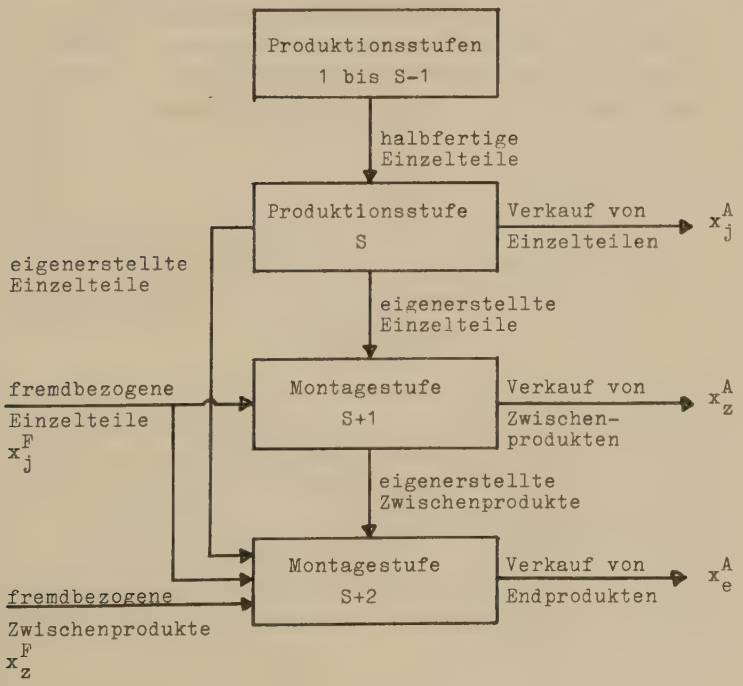
$$(3.15) \quad u_{det} \geq 0 \qquad \begin{matrix} d,e=0,1,\ldots,E \\ t=1,\ldots,T \end{matrix}$$

$$(3.16) \quad u_{det} \quad \text{ganzzahlig} \qquad \begin{matrix} d,e=0,1,\ldots,E \\ t=1,\ldots,T \end{matrix}$$

$$(3.17) \quad \sum_{c=0}^{E} u_{cd,t-1} = \sum_{e=0}^{E} u_{det} \qquad \begin{matrix} d=0,1,\ldots,E \\ t=2,\ldots,T \end{matrix}$$

## 333 Erweiterung durch die Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen und Zwischenprodukten (Baugruppen)

Im Modell 33 sind wir davon ausgegangen, daß die letzte Produktionsstufe Wahlmöglichkeiten hinsichtlich der Verwertung ihrer fertigen Einzelteile und daß die Montagestufe S+1 eine Wahlmöglichkeit hinsichtlich der Verwertung ihrer Zwischenprodukte hat. Wenn wir annehmen, daß fertige Einzelteile und Zwischenprodukte auch vom Markt beschafft werden können, so ergibt sich für die Montagestufe S+1 die Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen; die Montagestufe S+2 hat sowohl die Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen als auch die Wahlmöglichkeit zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Zwischenprodukten. Dies läßt sich wie folgt veranschaulichen:



Die theoretisch exakte Erfassung der Kapitalbindung der Zwischen- und Endprodukte erfordert, daß diese in fiktive Zwischen- und Endprodukte aufgespalten werden, um alle Kombinationsmöglichkeiten zu erfassen, die aus der Wahlmöglichkeit zwischen Eigenerstellung und Fremdbezug resultieren. Wir schlagen auch hier vor, bei der Berechnung der Kapitalbindungskosten der Zwischen- und Endprodukte so vorzugehen, als seien alle Einzelteile und Zwischenprodukte eigenerstellt, da sonst der Planungsansatz durch die Integration der Wahlmöglichkeiten zwischen eigenerstellten und fremdbezogenen Einzelteilen und Zwischenprodukten infolge der stark zunehmenden Variablenanzahl technisch nur noch schwer zu lösen sein dürfte.

Entsprechend unseren Ausführungen im Abschnitt 323 sind hier in die Zielfunktion die gesamten Fremdbezugskosten des Planungszeitraums für Einzelteile und Zwischenprodukte einzubeziehen. Die Definitionsgleichungen der gelagerten Einzelteile (3.05.2.5) und der gelagerten Zwischenprodukte (3.05.4) sind so umzuformulieren, daß eigenerstellte und fremdbezogene Einzelteile und Zwischenprodukte als getrennte Variablen erfaßt werden.

## 4 Schlußbemerkungen

Wir haben versucht, theoretisch exakte Ansätze zur Lösung des Problems der zeitlichen Abstimmung von Produktions- und Absatzmengen in mehrstufigen Unternehmen mit sortenfolgeabhängigen Rüstkosten zu entwickeln. Diese Ansätze bilden die komplizierten interdependenten Beziehungen zwischen Produktions-, Lager- und Absatzbereich in Modellen ab und berücksichtigen den simultanen, am erwerbswirtschaftlichen Prinzip ausgerichteten Einsatz folgender Aktionsparameter: Absatz-, Produktions- und Lagermengen der Einzelteile, Zwischenprodukte und Endprodukte sowie die zugehörigen Seriengrößen. Im Falle des Fremdbezugs treten noch die Fremdbezugsmengen an Einzelteilen und Zwischenprodukten hinzu.

Für die entwickelten Modelle gibt es verschiedene Erweiterungsmöglichkeiten. Wir möchten zunächst kurz aufzeigen, wie ein erweitertes produktionswirtschaftliches Instrumentarium in die Modelle integriert werden kann.

Verfügt eine Produktionsstufe jeweils über mehrere gleichartige Maschinen, mit denen alle Erzeugnisse bearbeitet werden können, so sind die Variablen $u_{ijst}$ und $x^P_{jst}$ sowie einige Konstanten mit dem zusätzlichen Index $m_s$ ($m_s=1,\ldots,M_s$) zu versehen, der aussagt, auf welche Maschine sich die jeweilige Variable oder Konstante bezieht. Die Zielfunktion und die von der Änderung betroffenen Restriktionen sind entsprechend umzuformulieren.

Handelt es sich in einer Produktionsstufe jeweils um verschiedenartige Maschinen (mit unterschiedlichen Leistungsgraden und Maschinenstundensätzen) in der Weise, daß jede Maschine dieser Stufe alle Erzeugnisse bearbeiten kann, so ist den Variablen $u_{ijst}$ und $x^P_{jst}$ sowie einigen Konstanten ein zusätzlicher Verfahrensindex $v_s$($v_s= 1,\ldots,V_s$) anzuhängen, der darüber Auskunft gibt, auf welches Verfahren sich die jeweilige Variable oder Konstante bezieht. Auch hier

sind die Zielfunktion und die von der Änderung betroffenen Restriktionen umzuformulieren. Problematisch wird im Falle der Verfahrenswahl die Bestimmung des Lagerkostensatzes $k^L$ bei Eigenerstellung, denn die Kapitalbindungskosten sind dann verfahrens- und damit lösungsabhängig.

Bei Schichtzahlvariation scheint es uns sinnvoll zu sein, den Planungszeitraum in T mögliche Schichten aufzuteilen und dann den einzelnen Schichten unterschiedliche Kostensätze $k^{H*}_{jst}$, $k^{R}_{ijst}$, $k^{L}_{jst}$ zuzuordnen, je nachdem, ob es sich um Tages- oder Nachtschichten handelt. Sollten sich bei den Nachtschichten auch andere Daten ändern (Produktionskoeffizienten, Rüstzeiten, Ausschußfaktoren), so ist dies entsprechend zu berücksichtigen. Überstundenarbeit ist unter den Prämissen der Modelle schwieriger in den Ansatz einzubeziehen als Schichtzahlvariation. Bei entsprechend kleinen Teilperioden (1 oder 2 Stunden) können den einzelnen Teilperioden unterschiedliche Kostensätze $k^{H*}_{jst}$ zugeordnet werden, je nachdem, ob es sich um Normalarbeitszeit oder Überstunden handelt. Die rechtlichen Vorschriften über Mehrarbeitszeit sind in Form von Restriktionen in die Modellansätze einzubeziehen.

Die Modelle können weiterhin dadurch erweitert werden, daß die Prämisse der Synchronisation von Beschaffungs- und Produktionsmengen in der ersten Produktionsstufe aufgegeben wird. Die Beschaffungsmengen an Rohstoffen sind dann Aktionsvariablen der Modelle. Das Bestellmengenproblem mit seinen verschiedenartigen Sekundärproblemen (wie z.B. Rabattsprünge, Schwund, lost sales) müßte analog zum Seriengrößenproblem mit Hilfe binärer Hilfsvariablen in das Modell integriert werden.

Auf der Absatzseite könnten die Modelle derart erweitert werden, daß das gesamte absatzpolitische Instrumentarium in die Modelle integriert wird. Die Preis-Absatz-Funktionen, Werbe- und Produktforschungswirkungsfunktionen haben Einfluß auf die Zielfunktion; Restriktionen im Vertriebsbereich infolge bestimmter Absatzmethoden, Lieferbedingungen etc. werden den Lösungsbereich von der Absatzseite beschränken.

Die praktische Anwendbarkeit der von uns entwickelten Planungsansätze stößt z.Zt. noch auf große Schwierigkeiten. Erstens sind die Möglichkeiten der Unternehmensforschung noch gering "..., Optimierungsprobleme mit sowohl binären als auch kontinuierlichen ... Variablen direkt zu bearbeiten." [1] Zweitens stehen der kommerziellen Anwendung von EDV-Anlagen noch nicht für derartige Planungsansätze notwendig werdende Speicherkapazitäten zur Verfügung. [2]

Eine praktische Näherungslösung des Sortenfolgeproblems scheint uns z.Zt. nur mit Hilfe heuristischer Methoden möglich zu sein. [3] Unsere Modelle können dabei als sinnvolle theoretische Ausgangsbasis dienen.

---

1) BRAUER [8 ], S. 128.
2) BRAUER [8 ], S. 8.
3) MÜLLER [46], S. 55 ff.

EINIGE HÄUFIG BENUTZTE KURZZEICHEN

| | |
|---|---|
| $b$ | Maschinenbelastungskoeffizient |
| $B$ | Maschinenkapazität je Teilperiode |
| $D$ | Deckungsbeitrag 1. Grades des Planungszeitraums |
| $e\ (c,d)$ | Endproduktindex ($c,d,e = 1,\ldots,E$) |
| $G$ | Gewinn des Planungszeitraums (Bruttogewinn) |
| $j\ (h,i)$ | Einzelteilindex ($h,i,j = 1,\ldots,J$) |
| $k^H$ | Herstellkosten 1. Grades je Produktarteneinheit |
| $k^L$ | Lagerkosten je Produktarten- und Zeiteinheit |
| $k^R$ | von der Sortenfolge abhängige Rüstkosten eines Umrüstungsprozesses |
| $k^V$ | proportionale Verwaltungs- und Vertriebskosten je Produktarteneinheit ohne Kosten für Fertigfabrikatebestände |
| $K^L$ | Lagerkosten des Planungszeitraums |
| $K^R$ | Rüstkosten des Planungszeitraums |
| $l$ | Lagerbeanspruchungskoeffizient je Produktarteneinheit |
| $L$ | Lagerkapazität je Teilperiode |
| $p$ | Preis je Produktarteneinheit |
| $s$ | Produktionsstufenindex ($s = 1,\ldots,S$) |
| $S + 1$ | Index der Zwischenproduktmontage |
| $S + 2$ | Index der Endproduktmontage |
| $t$ | Teilperiodenindex ($t = 1,\ldots,T$) |
| $t^R$ | von der Sortenfolge abhängige Rüstzeiten eines Umrüstungsprozesses |
| $u$ | binäre Hilfsvariable |
| $x^A$ | Absatzmenge je Produktart und Teilperiode |
| $x^H$ | Absatzhöchstmenge je Produktart und Teilperiode |
| $x^L$ | Lagermenge je Produktart und Teilperiode |
| $x^P$ | Produktionsmenge je Produktart und Teilperiode |
| $z\ (w,y)$ | Zwischenproduktindex ($w,y,z = 1,\ldots,Z$) |
| $\alpha_{je}$ | Mengenrelation zwischen Einzelteil j und Endprodukt e |
| $\beta_{jz}$ | Mengenrelation zwischen Einzelteil j und Zwischenprodukt z |
| $\gamma_{ze}$ | Mengenrelation zwischen Zwischenprodukt z und Endprodukt e |

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

| | |
|---|---|
| Ann. d BuA | Annalen der Betriebswirtschaft und Arbeitsforschung |
| APF | Ablauf- und Planungsforschung |
| ED | elektronische Datenverarbeitung |
| MS | Management Science |
| NB | Neue Betriebswirtschaft |
| NRLQ | Naval Research Logistics Quaterly |
| Ufo | Unternehmensforschung |
| Wt | Werkstattstechnik |
| ZfB | Zeitschrift für Betriebswirtschaft |
| ZfbF | Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung |
| ZfhF | Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung |
| ZwF | Zeitschrift für wirtschaftliche Fertigung |

LITERATURVERZEICHNIS


[1] ADAM, D.: Simultane Ablauf- und Programmplanung bei Sortenfertigung mit ganzzahliger linearer Programmierung. ZfB 33 (1963), S.233-245.

[2] derselbe: Produktionsplanung bei Sortenfertigung. Wiesbaden 1969.

[3] derselbe: Entscheidungsorientierte Kostenbewertung. Wiesbaden 1970.

[4] ALLEN, R.: Statistik für Volkswirte. 2. Aufl., Tübingen 1964.

[5] ARROW, K.J., KARLIN, S.: Smoothed Production Plans. In: ARROW, K.J. - KARLIN, S. - SCARF, H., Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production. Stanford 1958, S. 70-85.

[6] BECKMANN, M.J.: Lineare Planungsrechnung. Ludwigshafen 1959.

[7] BELLMAN, R.E.: Dynamic Programming. 3. Aufl., Princeton, N.J., 1962.

[8] BRAUER, K.: Binäre Optimierung - Untersuchung und Weiterentwicklung eines Verfahrens zur Analyse betriebswirtschaftlicher Entscheidungsprobleme bei zweiwertigen Alternativen und ökonomisch unteilbaren Objekten. Diss. Saarbrücken 1968.

[9] BERR, U., PAPENDIECK, A.: Algebraische Methoden der Teilebedarfsermittlung. Wt 58 (1968), S.172-177.

[10] BRUNNER, M.: Planung in Saisonunternehmen. Köln-Opladen 1962.

[11] CHURCHMAN, C.W., ACKOFF, R.L., ARNOFF, E.L.: Operations Research - Eine Einführung in die Unternehmensforschung. 3. Aufl., Wien 1966.

[12] DANØ, S., JENSEN, E.L.: Production and Inventory Planning in a Fluctuating Market. Metrika 1 (1958), S.28-40.

[13] DANTZIG, G.B.: Lineare Programmierung und Erweiterungen. Berlin-Heidelberg-New York 1966.

[14] DINKELBACH, W.: Zum Problem der Produktionsplanung in Ein- und Mehrproduktunternehmen. Würzburg-Wien 1964.

[15] derselbe: Sensitivitätsanalysen und parametrische Programmierung. Berlin-Heidelberg-New York 1969.

[16] DOBBELER, C.v.: Berechnung der wirtschaftlichsten Fertigungseinheit bei der Aufstellung eines Fertigungsplanes. Der Betrieb 2 (1919/20),S.213-215.

[17] EILON, S.: Elements of Production Planning and Control. New York-London-Tokio 1962.

[18] ELLINGER, Th.: Ablaufplanung. Stuttgart 1959.

[19] ELSNER, K.: Mehrstufige Produktionstheorie und dynamisches Programmieren. Meisenheim a.Gl. 1964.

[20] ENGELS, W.: Betriebswirtschaftliche Bewertungslehre im Lichte der Entscheidungstheorie. Köln-Opladen 1962.

[21] FERNER, W.: Modelle zur Programmplanung im Absatzbereich industrieller Betriebe. Köln-Berlin-Bonn-München 1966.

[22] GÜMBEL, R.: Nebenbedingungen und Varianten der Gewinnmaximierung. ZfhF, NF, 15(1963), S.12-21.

[23] GUTENBERG, E.: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre. Bd.1, Die Produktion,17.Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1970.

[24] derselbe: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre. Bd.2, Der Absatz, 12. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1970.

[25] derselbe: Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre. Bd. 3, Die Finanzen, 3. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1969.

[26] HADLEY, G., WHITIN, T.M.: Analysis of Inventory Systems. Englewood Cliffs 1963.

[27] HADLEY, G.: Nichtlineare und dynamische Programmierung. Würzburg 1969.

[28] HAEHLING v. LANZENAUER, CH.: Optimale Lagerhaltung bei mehrstufigen Produktionsprozessen. Ufo 11 (1967), S.33-48.

[29] HAX, H.: Lineare Planungsrechnung und Simplex-Methode als Instrumente betriebswirtschaftlicher Planung. ZfhF 12(1960), S. 579-605.

[30] derselbe: Bewertungsprobleme bei der Formulierung von Zielfunktionen für Entscheidungsmodelle. ZfbF 19(1967), S. 749-761.

[31] HAX, K.: Die rhythmischen Schwankungen der Warenhausumsätze als Gegenstand der Betriebspolitik. Ann.dBuA 4(1930/31), S. 35-53.

[32] HEINEN, E.: Das Zielsystem der Unternehmung. Grundlagen betriebswirtschaftlicher Entscheidungen. Wiesbaden 1966.

[33] HOLT, C.C., MODIGLIANI, F., MUTH, J.F., SIMON, H.A.: Planning Production, Inventories and Work Force. Englewood Cliffs 1960.

[34] KÄFER, K.: Die Planungsrechnung als Mittel zur Gestaltung des Produktionsprogramms, in: Planungsrechnung und Unternehmensführung. Wiesbaden 1957.

[35] KAPS, K.H.: Die Bedeutung der Lagerhaltung für die Produktionsplanung in Industriebetrieben. Köln-Opladen 1965.

[36] KILGER, W.: Entscheidungskriterien zur Wahl zwischen Eigenerstellung und Fremdbezug, in: Das Rechnungswesen als Instrument der Unternehmensführung (Hrsg. BUSSE v. COLBE, W.). Bielefeld 1969, S. 75 - 121.

[37] derselbe: Flexible Plankostenrechnung. 4.Aufl., Köln-Opladen 1970.

[38] KRELLE, W.: Preistheorie. Tübingen-Zürich 1961.

[39] KRELLE, W., KÜNZI, H.P.: Lineare Programmierung. Zürich 1959.

[40] LEWANDOWSKI, R.: Ein Lösungsverfahren zur Bestimmung der wirtschaftlichen Losgrößen unter Nebenbedingungen. ED 1967, S.44-54.

[41] LÖSCH, E.G.: Anwendung der Theorie der Graphen auf ein Problem der auftragsgebundenen Produktionsdisposition. APF 5 (1964), S. 124-132.

[42] MAGEE, J.F.: Production Planning and Inventory Control. New York-Toronto-London 1958.

[43] MAXWELL, W.L.: The Scheduling of Economic Lot Sizes. NRLQ 11(1964), S. 89-124.

[44] MELLEROWICZ, K.: Planung und Plankostenrechnung. 2. neubearb. und erw. Aufl., Bd.1, Freiburg i.Br. 1970.

[45] MODIGLIANI, F., HOHN, F.E.: Production Planning over Time and the Nature of the Expectation and Planning Horizon. Econometrica, 23(1955), S. 46-66.

[46] MÜLLER, O.: Exakte und heuristische Methoden zur Lösung von Reihefolgeproblemen, in: NIEVERGELT, E. - MÜLLER, O. - SCHLAEPFER, F.E. - LANDIS, W.H., Praktische Studien zur Unternehmensforschung. Berlin-Heidelberg-New York 1970, S. 49-146.

[47] MÜLLER-MERBACH, H.: Die Bestimmung optimaler Losgrößen bei Mehrproduktfertigung. Diss. Darmstadt 1962.

[48] derselbe: Sensibilitätsanalyse der Losgrößenbestimmung. Ufo 6(1962), S. 79-88.

[49] derselbe: Die Berechnung des Netto-Teilebedarfs aus dem Gozinto-Graph. APF 5 (1964), S. 191-205.

[50] derselbe: Materialbedarfsplanung mit Netzplantechnik. ZwF 61 (1966), S. 388-390.

[51] derselbe: Die Anwendung des Gozinto-Graphs zur Berechnung des Roh- und Zwischenproduktbedarfs in der chemischen Industrie. APF 7(1966), S.187-198.

[52] derselbe: Die Berechnung des unterminierten und terminierten Teilebedarfs mit dem Gozinto-Graph. in: Operations Research und Datenverarbeitung bei der Produktionsplanung. (Hrsg.K.F. Bussmann und P. Mertens) Stuttgart 1968, S. 109-120.

[53] derselbe: Operations Research. Methoden und Modelle der Optimalplanung. Berlin-Frankfurt 1969.

[54] MÜLLER-MERBACH,H., SCHMIDT, W.P.: Der Gozinto-Graph und seine praktische Anwendung für die Teilebedarfsermittlung. ZwF 63(1968), S.643-646.

[55] NADDOR, E.: Evaluation of Inventory Control. in: BANBURY, I. - MAITLAND, I. (Eds.) Proceedings of the Second International Conference on Operational Research. (Aix en Provence 1960), London 1961, S. 255-267.

[56] derselbe: Inventory Systems. New York 1966.

[57] NIEMEYER, G.: Einführung in die lineare Planungsrechnung mit ALGOL und FORTRAN-Programmen. Berlin 1968.

[58] ORTH, L.: Die Eignung der Losgrößenformel als Instrument der Produktionsplanung. ZfhF 13(1961), S. 738-749.

[59] PACK, L.: Optimale Bestellmenge und optimale Losgröße. Zu einigen Problemen ihrer Ermittlung. ZfB 33(1963), S.465-492.

[60] PAHLITZSCH, G., BERR, U.: Ein Verfahren zur Fertigunssteuerung in der Metallindustrie mit gekoppelten mathematischen Modellen. Wt 52 (1962), S. 224-230, 401-406.

[61] PESCHL, E.: Diskussionsbeitrag zu KRELLE, W.: Gelöste und ungelöste Probleme der Unternehmensforschung, in: Forschungsberichte des Landes NRW, Köln-Opladen 1962, Heft 105, S. 35-39.

[62] PETERS, B.: Die Bestimmung der optimalen Losgröße. Diss. Göttingen 1961.

[63] PFAFFENBERGER, U.: Produktionsplanung bei losreihenfolgeabhängigen Maschinenumstellungskosten. Ufo 4(1960), S. 29-40.

[64] PIESCH, W.: Die Lösungen einer Klasse von Produktionsglättungsmodellen. Tübingen 1968.

[65] REICHMANN, Th.: Die Abstimmung von Produktion und Lager bei saisonalem Absatzverlauf. Köln-Opladen 1968.

[66] RIEBEL, P.: Kurzfristige unternehmerische Entscheidungen im Erzeugungsbereich auf Grundlage des Rechnens mit relativen Einzelkosten und Deckungsbeiträgen. NB 20 (1967), Heft 9, S. 1-23.

[67] ROGERS, I.: A Computational Approach to the Economic Lot Scheduling Problem. MS 4 (1958), S. 264-291.

[68] SALVESON, M.E.: A Problem in Optimal Machine Loading. MS 1/2 (1955/56), S. 232-260.

[69] SCHMIDT, W.P.: Grundlagen, Verfahren und Datenorganisation für die Teilebedarfsermittlung (Stücklistenauflösung). Teil I, ED 11 (1969), S. 580-591, Teil II, ED 12 (1970), S. 193-203, Teil III, ED 12 (1970), S. 253-260.

[70] SCHNEIDER, E.: Absatz, Produktion und Lagerhaltung bei einfacher Produktion. Archiv für mathematische Wirtschafts- und Sozialforschung, 4 (1938), S.99-120.

[71] derselbe: Einführung in die Wirtschaftstheorie. Bd. 2, Wirtschaftspläne und wirtschaftliches Gleichgewicht in der Verkehrswirtschaft, 12. Aufl., Tübingen 1969.

[72] SCHULZ, K.-H.: Die Ökonomik des Saisonbetriebes. Diss. Nürnberg 1953.

[73] SCHWARZ, H.: Grundfragen der Abstimmung von Materialbeschaffung, Fertigung und Vertrieb. Freiburg 1959.

[74] WAGNER, H.M., WHITIN, T.W.: Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. MS 5 (1958), S. 89-96.

[75] VAZSONYI, A.: Die Planungsrechnung in Wirtschaft und Industrie. Wien-München 1962.

[76] WINKLER, D.: Die kurzfristige Abstimmung zwischen Produktion und Lagerhaltung unter besonderer Berücksichtigung des Lagerbereichs. Diss. Saarbrücken 1964.

[77] WÖHE, G.: Methodologische Grundprobleme der Betriebswirtschaftslehre. Meisenheim a. Gl. 1959.